Tema 1 MOVIMENT ONDULATORI

1. a) El període és T= 2·2 = 4 s. La freqüència és N = 1/T = 1/4 s^{-1} = 0,25 Hz. L'amplitud és A = 10/2 cm = 5 cm.

b) La rapidesa és màxima en el punt central del segment agranat en l'oscil·lació (x = 0) i mínima (nul·la) en els extrems.

2. Derivant **$x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$** obtenim v: **$v = dx/dt = -A\,\omega\,\text{sen}(\omega t + \varphi_0)$**
A partir de l'equació trigonomètrica

$$\text{sen}^2(\omega t + \varphi_0) + \cos^2(\omega t + \varphi_0) = 1 \qquad \text{obtenim:}$$

$$\left(\frac{v}{A\varpi}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 = 1$$

i aïllant v: $$v = \varpi\sqrt{A^2 - x^2}$$

El valor de $v_{màx}$. no depèn de la fase inicial, és dir, de l'instant en què comencem a comptar el temps.
No obstant, el valor de $v = -A\,\omega\,\text{sen}(\omega t + \varphi_0)$ si que depèn de la fase inicial.

3. a) Com que $v_{màx} = A\,\omega = A\cdot 2\pi N$; aleshores $N = \dfrac{v_{màx}}{2\pi A}$ =212 Hz

b) Per a contestar tindrem en compte les equacions $v_{màx} = A\,\omega$ $a_{màx} = A\,\omega^2$

b_1) Ambdós magnituds es dupliquen.

b_2) Al duplicar T, ω es divideix per 2; per tant, $v_{máx}$ es divideix per 2; $a_{máx}$ es divideix per 4.

b_3) En aquest cas, $v_{máx}$ no canvia; $a_{máx}$ es redueix a la meitat.

4. De l'equació $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$ calculem g = 9,79 m/s^2

5. a) Recordant l'equació obtinguda en l'activitat 2, $v = \varpi\sqrt{A^2 - x^2}$
l'expressió d'E_c queda així: $E_c = ½\, m\, v^2 = = ½\, m\, \omega^2 (A^2 - x^2)$
i recordant que ω^2= k/m, resulta: :

$$E_c = ½\, K(A^2 - x^2)$$

b) Com acabem de demostrar, E_{mec} = ½ KA^2. Per a expressar-la en funció de la freqüència, utilitzem la relació ω^2= k/m , amb ω = 2πN:

$E_{mec} = ½\, m\, \omega^2 A^2 = = ½\, m(2\pi N)^2 A^2 = ct\cdot N^2\cdot A^2$

c) La gràfica d'Ep és parabòlica, com correspon a la equació Ep = 1/2 kx^2.

Com $E_c = ½\, K(A^2 - x^2)$ el seu valor màxim correspon a la posició x = 0 i en x = +A, x= -A, és nul·la.

Finalment, E_{Mec} = ct per això la seua gràfica és una recta horitzontal, l'altura de la qual equival al valor màxim d'Ep o d'Ec .

6. a) T es duplica, ja que T = 1/N.
b) Com $v_{máx}$ = 2πNA, el seu valor es redueix a la meitat.
c) Com $E_{Mec} = ct\cdot A^2 N^2$, el seu valor es redueix a la quarta part.

9. La variació espai-temporal simultània en tot el mig d'una determinada propietat és propi i característic d'un MO. Sobre la conducció tèrmica en una barra metàl·lica sabem que es produeix un estat estacionari dels valors de la temperatura en cada punt, és a dir que no canvien amb el temps, el mateix que ocorre amb les ondulacions d'arena que es formen en una platja.

12. Canvia la velocitat de propagació i amb ella la longitud d'ona. Per això, com cada mig determina la rapidesa i la classe d'ona, tenim les ones P (longitudinals) i S (transversals) que es transmeten amb distinta rapidesa, unes per tots els mitjans i les altres només en els sòlids.

13. Com la relació entre les magnituds implicades és λ= v/N, calculem directament:
$\lambda_1 = v_1/N = 0{,}72$ m; $\lambda_2 = v_2N = 0{,}18$ m

14. Les dades són: $\omega = 100\ s^{-1}$ $k = 50\ m^{-1}$. Determinem v a partir de $k = \omega/v$; $v = \omega/k = 2$ m/s $\omega = 2\pi N$ d'on aïllem $N = \omega/2\pi = 15{,}92$ Hz; $T = 1/N = 0{,}0628$ s

15. a) Comparant amb l'equació **$y(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$** m obtenim:
$A = 0{,}05$ m; $\omega = 2\pi N = 50\pi$; $N = 25$ Hz; $k = 2\pi/\lambda = 20$; $\lambda = \pi/10$ m $= 0{,}314$ m; $\varphi_0 = \pi/3$ rad.

b) Derivant l'equació de l'ona, obtenim la rapidesa d'un punt en funció de x i t:
$v = -0{,}05\ 50\pi \cdot \text{sen}\ (50\pi t - 20x + \pi/3)$ m/s i amb les condicions x = 0,5 m, t = 2,05 s, resulta: $v = -7{,}854\ \text{sen}(50\pi \cdot 2{,}05 - 20\ 0{,}5 + \pi/3) = -7{,}854\ (-0{,}454) = 3{,}56$ m/s

16. De l'equació deduïm que el nombre d'ones és: $k = 20\ m^{-1}$, i recordant la seua relació amb λ, $k = 2\pi/\lambda$, tenim: $\lambda = 2\pi/k = 0{,}314$ m
a) Estan en fase si la distància mínima és igual a $\Delta x = \lambda = 0{,}314$ m.
b) Estan en oposició de fase si la distància mínima és: $\Delta x = \lambda/2 = 0{,}157$ m
c) Utilitzem l'equació de proporcionalitat

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi \cdot \Delta x}{\lambda}; \Delta x = \frac{\Delta\varphi \cdot \lambda}{2\pi} = \frac{75^{\circ} \cdot 0{,}314}{360} = 0{,}065\text{m}$$

17. Evidentment, l'energia dependrà de l'amplitud del moviment (colpejar amb més o menys força el diapasó…); d'altra banda, a igualtat d'amplitud, l'energia transferida a l'aire pel diapasó o la corda haurà d'augmentar al fer-ho la freqüència d'oscil·lació. En efecte, com demostrem a l'estudiar el MAS, $E_{MEC} = \text{cte}\ A^2N^2$.

18. Com hem demostrat, $I = \text{cte}\ A^2N^2$. Substituint en l'equació de la potència, P = IS, i tenint en compte que l'amplitud és la mateixa per als dos focus, obtenim l'equació que ens interessa en aquest cas concret: $P = \text{cte}\ A^2N^2\ S = \text{cte}'\ N^2$. Per tant, **$P/N^2 = \text{cte}'$**

$$\frac{P_1}{N_1^2} = \frac{P_2}{N_2^2};\ P_2 = \frac{P_1}{N_1^2} \cdot N_2^2 = 5{,}56\text{w}$$

19. L'equació de l'absorció és $I = I_0 e^{-\beta x}$.
Si fem en l'equació $I = I_0/2$ i x = a, sent a la grossària de semiabsorció, tenim:
$I_0/2 = = I_0 e^{-\beta a}$; $1/2 = e^{-\beta a}$; Ln 1/2 = -ßa; a = LN 2/ ß Comprovem que si ß augmenta, a disminueix, com és lògic.

20. En l'equació de l'absorció $I = I_0 e^{-\beta x}$ aïllem $ß = \dfrac{-\text{Ln}\ I/I_0}{x} = 0{,}248\ cm^{-1}$

Cal remarcar que el coeficient d'absorció lineal té dimensions (L^{-1}), la qual cosa cal tindre en compte al triar la unitat en què s'expresse la grossària del material absorbent.

21. Com la intensitat per a un front esfèric disminueix amb $1/r^2$, tenim:

$$I_1 = \frac{P_1}{4\pi R_1^{\ 2}} = \frac{30\text{mw}}{4\pi(12\text{m})^2} = 0.0166\text{mw} \quad I_2 = \frac{P_{21}}{4\pi R_2^{\ 2}} = \frac{30\text{mw}}{4\pi(20\text{m})^2} = 0.006\text{mw}$$

Per a determinar el tipus d'interferència entre els dos sons cal calcular el desfasament entre ambdós, a causa de la diferència de distàncies entre els focus i el micròfon; la longitud d'ona dels sons és:

λ= v/N = 0,57 m

La diferència de camins és 20 - 12 = 8 m; en esta longitud caben 8/0,57 = 14 longituds d'ona, la qual cosa significa que la interferència és totalment constructiva.

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\cdot\Delta x}{\lambda} = \frac{2\pi\cdot 8}{0{,}57} = 28\pi$$

Per tant, **$I_{TOTAL} = I_1 + I_2$ = 0,0226mw**

22. En la goma de 60 cm caben dos ones completes, d = 60 cm = 2λ; per tant, λ= 30 cm. De la relació λ = v/N obtenim v = λ N = 0,3·50 = 15 m/s

23. a) Si focus i observador s'allunyen entre si, tant per raonament com per l'anàlisi de l'equació, deduïm que la freqüència percebuda *disminueix.*
b) Es tracta del cas contrari a l'anterior, després la freqüència percebuda *augmenta.*