

Tema 2 ÒPTICA

1. La rapidesa de la llum en el buit interestel·lar va ser determinada per primera vegada per l'astrònom danès Olaf Römer (1644-1710) en 1675. El mètode de Römer es fonamentava en:

- Suposar una rapidesa constant de la llum que viatja per l'espai.
- Mesurar el període del satèl·lit d'un planeta, prou allunyat de la Terra, de tal manera que es puguin apreciar diferències del valor en funció de la posició de la Terra. El satèl·lit de referència usat per Römer va ser una lluna de Júpiter, Io.

El període d'Io, que gira suposadament amb MCU al voltant de Júpiter, es determina mesurant el temps que transcorre entre dos desaparicions (eclipsis) consecutives per darrere de Júpiter. En principi, aquest interval de temps ha de variar al mesurar-se des de la Terra, ja que els planetes de referència es desplacen al voltant del Sol. En conseqüència, la distància entre Io (objecte de referència) i la Terra (observador), que denominarem L , serà variable.

Si la primera desaparició d'Io es produeix en l'instant t_1 serà detectada en la terra en

$$t_1 + L_1 / c,$$

sent c la rapidesa de la llum. I si la segona desaparició es produeix en l'instant t_2 , serà detectada en la Terra en $t_2 + L_2 / c$.

El període real del satèl·lit és: $T_{\text{real}} = t_2 - t_1$. Però en la Terra el període mesurat serà:

$$T_{\text{mesurat}} = (t_2 + L_2 / c) - (t_1 + L_1 / c) = (t_2 - t_1) + (L_2 - L_1) / c$$

El període real (T_{real}) i el mesurat (T_{mesurat}) només coincideixen quan la Terra i Júpiter estan alineats, respecte al Sol, ja que això implica que $L_1 = L_2$. En altres situacions, la diferència $L_2 - L_1$ equival al desplaçament realitzat per la Terra durant l'interval del període d'Io, ja que Júpiter es mou molt lentament respecte a la Terra.

És a dir:

$$L_2 - L_1 = v_{\text{mitja, Terra}} \cdot T_{\text{real}}. \text{ Per tant: } T_{\text{mesurat}} = T_{\text{real}} + (v_{\text{mitja, Terra}} \cdot T_{\text{real}} / c)$$

El que permet determinar el valor de c a l'establir la variació del període, que ha de ser la màxima possible a fi de reduir possibles errors experimentals.

Basant-se en aquest procediment Römer va determinar un valor d'aproximadament

$$c = 200\,000 \text{ km/s}$$

Posteriorment el valor de la rapidesa va ser determinat per diversos mètodes obtenint diferents resultats

La determinació de la rapidesa de la llum va permetre evidenciar:

- a) El valor de la rapidesa és pràcticament constant (excepte imprecisions experimentals) amb independència del mètode d'obtenció, la qual cosa confirma que siga constant.
- b) La llum posseeix una rapidesa finita encara que molt elevada. A efectes de visió d'objectes pròxims aquest valor tan elevat implica que la seua propagació siga pràcticament instantània.

En conseqüència, només poden apreciar-se els temps de propagació per a distàncies immenses, com ocorre en els mètodes astronòmics.

- c) L'existència d'una rapidesa finita, comporta que la llum pugui viatjar per l'espai encara que la seua font deixi de emetre-la. Per això la llum adquireix el caràcter d'entitat física independent de la font i de l'ull.

2. Aquest mètode va permetre usar un tub ple d'aigua i mesurar, per primera vegada en la història, la rapidesa de la llum en un medi transparent.

El resultat d'eixe experiment es plantejava en el seu temps com crucial, ja que permetia avaluar la teoria corpuscular (que predeia una major rapidesa de la llum en l'aigua) front la teoria ondulatoria (predeia una menor rapidesa).

El resultat experimental evidenciava que la rapidesa de la llum en l'aigua (226 000 km/s) és inferior a la rapidesa de la llum en l'aire (298 000 km/s); aquest fet impuls la teoria ondulatori front la corpuscular

3. El terme **eclipsi** s'aplica indistintament a dos fenòmens, en realitat molt diversos, provocats per les posicions relatives del Sol, emissor lluminós, de la Terra i de la Lluna, cossos opacs que intercepten la llum solar.

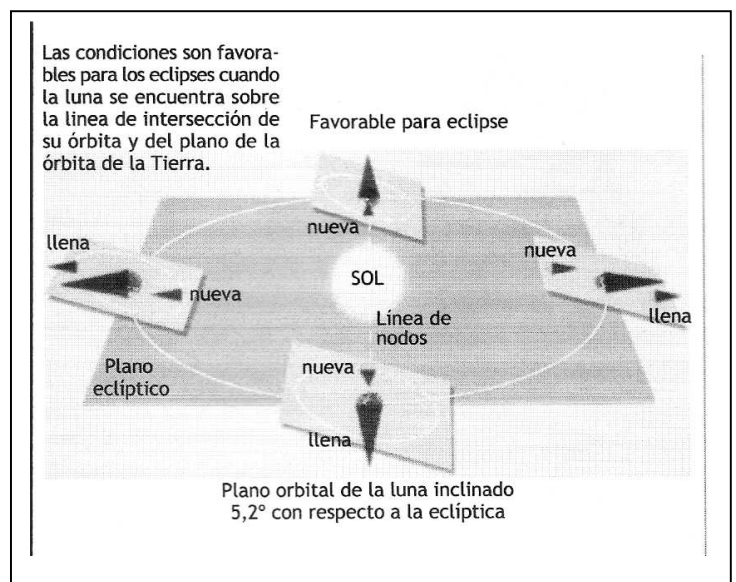
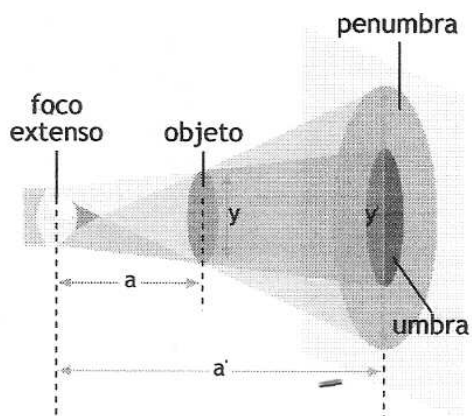
Un aspecte important a l'estudiar els eclipsis és que el pla de l'òrbita lunar està inclinat respecte al pla de l'eclíptica aproximadament uns 5° . L'òrbita lunar i l'eclíptica interseccionen en dos punts anomenats **nodes**, que tenen la particularitat de no ser fixos. La línia que uneix ambdós nodes es denomina **línia dels nodes o nodal**.

En l'eclipsi **solar** la Lluna projecta una ombra sobre la superfície terrestre. Esta ombra, per provindre la llum d'un focus extens, està composta de dos zones diferenciades:

la penombra o ombra exterior i la umbra (ombra pròpiament) o ombra interior. Des de la penombra només s'oculta una fracció del disc solar: l'eclipsi és parcial. La umbra, en canvi, és una ombra absoluta, ja que des de ella es tapa plenament el Sol, és a dir, l'eclipsi és total.

L'eclipsi **de Lluna** és determinat pel pas del nostre satèl·lit per l'ombra de la Terra. Com la Lluna es troba en una posició oposada a la del Sol, els eclipsis lunars sempre succeeixen en fase de Lluna Plena. A més la Lluna ha d'estar en el punt nodal, o en les seues proximitats, per a aconseguir alinear els tres astres.

Els eclipsis de Lluna s'observen des de qualsevol lloc del nostre planeta on la Lluna siga visible a l'hora del eclipsi. Per això, els eclipsis lunars no es restringeixen a zones geogràfiques limitades com ocorre en els solars.



- 5. a) La llum l'emeten les fonts lluminoses, siguen primàries (focus calent a alta temperatura) o secundàries (cossos que reflectixen la llum dels primaris), en totes les direccions.
- b) Les fonts extenses de llum (objectes) poden considerar-se com un conjunt de fonts puntuals superposades.
- c) La llum es propaga amb moviment uniforme en un medi transparent i homogeni, és a dir en línia recta i amb rapidesa constant.
- d) Per a representar les distintes trajectòries de la llum usem el concepte teòric de "raig lluminós", que són únicament línies ideals no visibles.
- e) Els mitjans materials per què es propaga la llum, es caracteritzen òpticament pel seu índex de refracció, $n = c / v_{\text{medi}}$, sent $n = 1$.

7. Podem raonar que perquè es produïska la reflexió total el $\hat{r} > \hat{i}$ situació que només es produeix quan $n_1 > n_2$ o $v_1 < v_2$.

D'altra banda, podem realitzar un raonament matemàtic; ja que la funció trigonomètrica si ha de ser inferior o **igual a 1** i el fenomen de reflexió total es produeix a partir de $\hat{r} = 90^\circ$, que és la situació límit. Per tant aplicant la llei de Snell establím:

$$n_1 \cdot \text{sen } \alpha_{\text{lim}} = n_2 \cdot \text{sen } 90^\circ$$

Aíllant l'angle límit establím que:

$$\alpha_{\text{lim}} = \text{arc sen } \frac{n_2}{n_1} \text{ Relació que només és correcta quan } n_1 > n_2.$$

8. Repassa el quadre de la pag 69.

Propietat	Reflexió	Refracció	Absorció
Origen	Superfície de	Separació de dos medis	Al propagar-se per un medi
Freqüència	Es manté invariable		
Longitud d'ona	No canvia	Es modifica $n_1 \lambda_1 = n_2 \lambda_2$	No canvia en un determinat medi
Rapidesa	Es manté constant	Es modifica al canviar de medi	No canvia en un determinat medi
Intensitat	La intensitat de la llum incident es distribueix entre la reflectida i la refractada		Disminueix amb la distància i depèn de les característiques del medi
Lleis	Constància del pla d'incidència		
	$\hat{i} = \hat{R}$	$n_1 \cdot \text{sen } \hat{i} = n_2 \cdot \text{sen } \hat{r}$	$I_x = I_0 e^{-\alpha x}$

9. Càlcul del primer angle de refracció. Punt d'incidència: aire - primera cara de la làmina de plàstic. Aplicació de la llei de refracció:

$$n_1 \cdot \sin \hat{i} = n_2 \cdot \sin \hat{r}_1; \quad \hat{r}_1 = \arcsin \frac{n_1}{n_2} \cdot \sin \hat{i} = \arcsin \frac{1}{1,4} \cdot \sin 30^\circ = 20,92^\circ$$

Càlcul del segon angle de refracció. Punt d'incidència: segona cara de la làmina de plàstic- aigua. Aplicació de la llei de refracció:

$$n_2 \cdot \sin \hat{r}_1 = n_3 \cdot \sin \hat{r}_2; \quad \hat{r}_2 = \arcsin \frac{n_2}{n_3} \cdot \sin \hat{r}_1 = \arcsin \frac{1,4}{1,33} \cdot \sin 20,92^\circ = 22,1^\circ$$

Per tant, en aquest cas l'angle d'incidència del raig sobre la làmina és diferent de l'angle d'eixida, i en conseqüència, les trajectòries del raig a l'incidir i a l'eixir de la làmina no són paral·leles i, per això, no podem establir un desplaçament lateral.

10. Si analitzem l'exemple 5 podem establir les conclusions següents:

- El feix de llum es descompon com a conseqüència de la variació de l'índex de refracció amb la longitud d'ona de cada una de les llums integrants.
- La dispersió del feix de llum s'incrementa en la segona refracció al travessar el prisma. En la primera cara del prisma la dispersió angular és de només $0,31^\circ$ mentre que en la segona cara és de $4,22^\circ$.
- L'efecte dispersiu d'un prisma depèn de l'angle de incidència del feix de llum (repeteix el problema amb un altre angle d'incidència, per exemple $\alpha = 60^\circ$) i de la naturalesa del prisma (repeteix el problema amb un altre material de la taula de la figura 2.4 del llibre de text). La dispersió és més efectiva en aquells prismes els valors de "n" presenten variacions més brusques en funció del tipus de llum, prismes denominats *dispersius*.
- Els prismes són objectes òptics molt eficaços per a descompondre la llum.

11. Segons les dades de l'activitat i basant-se en el conveni de signes $R = + 20$ cm.

a) Les posicions dels focus són:

Focus objecte:

$$f = -R \frac{n_1}{n_2 - n_1} = -20 \frac{1}{\frac{4}{3} - 1} = -60 \text{ cm}$$

Focus imatge:

$$f' = R \frac{n_2}{n_2 - n_1} = 20 \frac{4/3}{4/3 - 1} = 80 \text{ cm}$$

b) Per a determinar les característiques de la imatge de l'objecte situat en $s = \tilde{-100}$ cm. Calculem, en primer lloc, la posició de la seua imatge (s') aplicant la invariant d'Abbe:

$$\frac{n_2}{S'} - \frac{n_1}{S} = \frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{4/3}{S'} - \frac{1}{-100} = \frac{4/3 - 1}{20}; \quad \mathbf{S' = 200 \text{ cm}}$$

En conseqüència, l'augment lateral és:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{S' \cdot n_1}{S \cdot n_2} = \frac{200 \cdot 1}{(-100) \cdot 4/3} = -1,5$$

La grandària de la imatge és: $y' = -1,5 \cdot (10 \text{ cm}) = -15 \text{ cm}$. Per tant, la imatge és real, invertida i augmentada respecte a l'objecte 1,5 vegades.

12. Quan una feix de llum, procedent d'un focus, incideix des d'un mig de major índex de refracció (menor rapidesa de propagació), com l'aigua, a un amb menor índex de refracció (major rapidesa de propagació), com el aire, la llum s'allunya de la normal com a conseqüència de la llei de refracció; això dóna lloc a què al mirar un cos submergit, des de fora, l'ull percep, al prolongar les trajectòries dels rajos del feix, el focus més prop de la superfície de separació, a menor profunditat que la real. Aquest fenomen depèn dels índexs de refracció dels mitjans implicats, de la profunditat real del focus i de la posició de l'observador.

13. Perquè es produïska la imatge d'un punt emissor de llum (O) ha d'ocórrer que el feix procedent del punt després de refractar-se, en les distintes superfícies de la lent, torne a convergir realment o virtualment en un altre punt, denominat imatge (O'). En el cas que les dos cares de la suposada lent siguin paral·leles no es pot produir la convergència del feix, a l'originar-se només un desplaçament lateral del feix, tal com s'ha estudiat en l'apartat de la interacció de la llum amb làmines planoparal·leles.

14. A l'analitzar el mapa conceptual podem diferenciar tres eixos conceptuals:

- Les característiques geomètriques de les lents que permet diferenciar-les en convexes (més grosses en el centre) i còncaves (més primes en el centre).
- La característica física de la lent relacionada amb la seua capacitat de desviar les direccions dels feixos de llum que la travessen, la seua *potència*. La magnitud física de la potència de les lents permet classificar-les en convergents ($P > 0$) i divergents ($P < 0$). La potència de la lent depèn tant dels índexs de refracció del mig i del material de la lent com de la seua geometria.
- La capacitat de les lents per a formar imatges d'objectes la llum del qual interacciona amb elles. S'exposen les equacions que determina la posició i la grandària de la imatge. També s'analitza la classificació de les imatges, en relació a la seua orientació i al seu grandària respecte a fi de que procedeixen.

15. El cristal·lí funciona com una lent de potència variable que ha de fer convergir el feix de llum procedent de l'objecte sobre la retina, lloc on es localitzen les cèl·lules relacionades amb la visió. Ja que considerem la distància cristal·lí-retina de 25 mm, la posició de la imatge sempre ha de ser $s' = 25 \cdot 10^{-3}$ m. Per a calcular els valors extrems de la potència del cristal·lí aplicarem l'equació:

$$P = \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{25 \cdot 10^{-3}} - \frac{1}{s} = 40D - \frac{1}{s}$$

a les dos situacions extremes en què podem visualitzar objectes:

Punt pròxim: $s = -0,25$ m La potència del cristal·lí és:

$$P = 40D - \frac{1}{-0,25} = 44D$$

Punt llunyà: $s = -\infty$

$$P = 40D - \frac{1}{-\infty} = 40D$$

Per tant: $40 D < P_{\text{cristal·lí}} < 44 D$

Així, en el procés d'acomodació la potència del ull varia en tan sols 4 D.

16. En primer lloc aclarim que en els instruments de visió la propietat més important és l'augment angular o poder amplificador. Aquest factor es defineix com el quocient entre l'angle subtendit al visualitzar l'objecte amb la lupa (θ) i el major angle subtendit a l'observa-ho només amb l'ull (visió directa), situació que correspon al punt pròxim ($\theta_0 = y/x_{pp}$). Amb la lupa podem obtenir angles d'observació majors que donen lloc a una imatge retiniana major. Teòricament el màxim augment angular correspon a ($\theta = y/f'$) i val:

$$M = \frac{\theta}{\theta_0} = \frac{X_{pp}(0,25)}{f'} = \frac{P}{4}$$

Per això amb una lent de $P = 20 \text{ D}$ el màxim augment angular ha de ser $M = 5$. No obstant, el problema es refereix a augments laterals el màxim valor teòric del qual és infinit, situació que correspon a l'objecte en el focus de la lent (situació ideal). Per a resoldre el problema partim de l'equació general

$$P = \frac{1}{S'} - \frac{1}{S} = 20\text{D} \quad \text{equació (1) cas 1}$$

i imposant les condicions d'augment lateral:

$$A_L = \frac{S'}{S} = 10 \quad \text{Establim que } S' = 10 S \quad \text{equació (2) cas 1}$$

A l'aplicar aquesta relació a la primera equació obtenim:

$$\frac{1}{10S} - \frac{1}{S} = 20\text{D} \quad \text{per tant } S = 9 / 200 \text{ m}$$

Per al segon cas establim la condició: $A_L = \frac{S'}{S} = 20$; $S' = 20 S$ equació (1) cas 2

A l'aplicar aquesta relació a la primera equació obtenim:

$$\frac{1}{20S} - \frac{1}{S} = 20\text{D} \quad \text{per tant } S = 19 / 200 \text{ m}$$

Teòricament la grandària de la imatge augmenta a l'acostar l'objecte observat al focus de la lupa. No obstant, quan l'objecte es localitza en el focus la imatge ha d'estar en l'infinit i teòricament no es veuria, no obstant la lent i l'ull formen un sistema capaç de produir una imatge real sobre la retina. I a més, en esta situació, el nostre ull no es cansa ja que quan enfoca a l'infinit està completament relaxat. Aquest factor, s'anomena **acomodació infinit**.

En general, obtenim un augment major angular quant menor és la distància focal de la lent (és a dir major és la seua potència). Però llavors, com aproximem més el objecte a la lent, ens eixim de la zona paraxial, per la qual cosa augmenta l'aberració esfèrica i es perd nitidesa. En la pràctica, lo més que podem aconseguir amb una lupa són 10 augments angulars.