Tema 4 GRAVITACIÓ

1. a) Eratòstenes va mesurar l'angle θ que mostra la figura 1.1 i també la distància entre Siena i Alexandria; tenint en compte que *arc=angle·radi*, obtenim la relació de proporcionalitat

$$\frac{\theta}{D_{A-S}} = \frac{360º}{2\pi R_T} \quad \text{per tant} \quad R_T = \frac{360º \cdot D_{A-S}}{2\pi\theta} = \frac{360º \cdot 790(km)}{2\pi 7{,}2º} = 6287\ km$$

b) En el triangle rectangle que mostra la figura, si anomenem α a l'angle mesurat i β a l'angle oposat es compleix que

$$\alpha + \beta = 90º \qquad i \qquad d_{TL} = d_{TS}\ \text{sen}\ \beta.$$

Si α = 87º, llavors β = 90 – α = 3º i per tant $d_{TL} = d_{TS}$ sen 3º = 0,052 d_{TS}.

2. Veiem que per a Copèrnic l'orde creixent de períodes coincideix amb l'orde real de col·locació dels planetes; en canvi, Ptolomeu no troba diferència entre els "planetes" Mercuri, Venus i Sol.

3. Si representem gràficament T^2 en funció del cub del radi mitjà de les òrbites, o semieix major de l'el·lipse, r^3, resulta una "recta" de pendent 0,29 · 10^{-15} any^2/km^3.
Com la representació no és còmoda, es pot realitzar amb ajuda de la calculadora un ajust pel mètode de mínims quadrats i determinar les característiques de la recta de regressió del T^2 enfront de R^3. Amb aquest mètode, obtenim com a pendent de la recta

$$k = 0{,}284 \cdot 10^{-15}\ any^2/km^3$$

Si per a un cert satèl·lit el període és T_5 = 6,20 anys, el radi orbital serà $r_5 = (T^2/k)^{1/3} = (6{,}20^2/0{,}284 \cdot 10^{-15})^{1/3} = (1{,}3535 \cdot 10^{17})^{1/3} = 5{,}13 \cdot 10^5$ km.

5. La massa de cada bola és $M_1 = M_2 = d \cdot V = 11\,400\ kg/m^3 \cdot 4/3\ \pi\ (1\ m)^3 = 47{,}75 \cdot 10^3$ kg
La força d'atracció entre les esferes és:

$$F = G \cdot \frac{M_1 \cdot M_2}{d^2} = 3{,}802 \cdot 10^{-2}\ N$$

6. Un planeta del sistema solar es mou en òrbita circular amb una acceleració normal que podem expressar així:

$$a_N = \frac{F}{m_P} = G\frac{M_S}{r^2} = \omega^2 \cdot r = \frac{4\pi^2 \cdot r}{T^2} \qquad \text{d'on deduïm} \quad \frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_S} = K_{solar}$$

Amb les dades disponibles, obtenim a partir d'aquesta equació:

$$K_{solar} = \frac{4\pi^2}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30}} = 2{,}974 \cdot 10^{-19}\ s^2/m^3$$

Cal recalcar que aquest valor és aplicable només al sistema solar.

7. a) ·En el pol: $g_{Pol} = G\frac{M}{R_P^2}$ = 9,87 N/kg

En l'equador, el valor de g efectiu és: $g = g_o - a_N = G\frac{M}{R_E^2} - \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R_E$ = 9,77N/kg

b) Perquè els cossos no pesaren en l'equador deuria complir-se que la força pes coincidira amb la força centrípeta, ja que així el pes aparent seria zero:

$$G\frac{Mm}{R_E^2} = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R_E$$

i d'aquesta igualtat deduïm que el període de rotació de la Terra hauria de ser T = 1,4 h

9. a) Impossible, perquè sempre V < 0.
b) És possible; el punt ha d'estar en la línia que uneix els centres de les masses, entre elles i més prop de la massa menor.
c) Impossible, perquè sempre V < 0.

10. Com les òrbites són circulars, podem establir:

• La rapidesa orbital és inversament proporcional a $\sqrt{r}$; aleshores el satèl·lit de major radi tindrà la menor rapidesa.
• El període orbital és directament proporcional a $r^{3/2}$; Per tant quant major siga el radi de l'òrbita major serà el període.
• L'energia del satèl·lit (E < 0) serà tant major quant menys lligat estiga a la Terra, és a dir com més allunyat estiga del seu centre.

11. Es tracta de calcular la rapidesa de llançament perquè el satèl·lit abaste l'altura h (distància r respecte al centre de la Terra) una vegada consumit tot el combustible. Suposem que a partir d'eixe instant es conserva l'energia mecànica.

$\frac{1}{2}mv_{\text{llançament}}^2 - G\frac{Mm}{R^2} = -\frac{1}{2}G\frac{Mm}{(R+h)^2}$ a partir d'aquesta expressió obtenim:

$$v_{\text{llançament}} = \sqrt{GM\left(\frac{2}{R} - \frac{1}{R+h}\right)}$$

Tema 5 CAMP ELÈCTRIC

2. L'activitat és idèntica a l¡'exemple 1 amb la diferencia de la constant elèctrica

$$K_o = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \quad \text{i} \quad K = \frac{1}{4\pi\varepsilon} \qquad \varepsilon_R = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o}; \qquad \varepsilon = \varepsilon_R \cdot \varepsilon_o \quad \text{per tant}$$

$$\frac{K}{K_o} = \frac{\varepsilon_o}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon_o}{\varepsilon_R \cdot \varepsilon_o} = \frac{1}{\varepsilon_R}; \qquad K = \frac{K_o}{\varepsilon_R}$$

3. La determinació dels vectors intensitat elèctrica s'obté a partir de les expressions:

$\vec{E} = K\frac{Q}{r^3}\cdot\vec{r}$ amb això i el principi de superposició $\vec{E}_T = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots$

$$\vec{E}_T = \left(\frac{-13{,}5}{\sqrt{2}}, \frac{-13{,}5}{\sqrt{2}}\right)\cdot 10^3\ \text{N/C}$$

4. La condició necessària i suficient perquè s'anul·le el camp elèctric en un punt és que es verifique l'equació:

$$\vec{E}_{1,p} + \vec{E}_{2,p} = 0$$

Per a això, el punt ha d'estar sobre la recta que conté les càrregues i verificar-se que:

$$\left|\vec{E}_{1,p}\right| = \left|\vec{E}_{2,p}\right|;\ K\cdot\frac{2\cdot10^{-9}}{x^2} = K\cdot\frac{5\cdot10^{-9}}{y^2};\ \frac{y}{x} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

sent x la distància del punt a q_1, i y la del punt a q_2.

Açò implica que el punt està a l'esquerra de la càrrega positiva, ja que y > x, i els vectors posseeixen sentits oposats donant lloc al sistema d'equacions:

$$y = 0{,}1 + x \qquad \frac{y}{x} = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

La seua solució permet obtindre:

x = 17,21 cm; i = 27,21 cm.

Per a fer l'estudi del *caràcter conservatiu* del camp elèctric podem recolzar-nos en allò que s'ha aprés sobre el camp gravitatori; si es tracta del camp originat per una càrrega puntual, l'analogia entre ambdós és elevada i això condueix amb facilitat a mostrar que l'energia posicional electrostàtica vénen donada per Ep = K Qq /r.

D'altra banda, el concepte de *potencial* planteja un conjunt de problemes, com ara l'ús de l'expressió V = K· Q/r, on l'alumnat dubte entre si Q és la càrrega "creadora del camp" o la càrrega testimoni, si ha de tindre en compte el signe de la càrrega, el procediment de càlcul del potencial en un punt originat per un sistema de càrregues, el caràcter escalar del potencial i el seu significat. Per tot això, es proposa l'activitat A.5.

5. La condició perquè s'anul·len els potencials és que $V_{1,p} + V_{2,p} = 0$, la qual cosa implica que es verifique la condició:
y / x = 2 (sent y la distància del punt a q_2 i x la distància a q_1).

Hi ha dos possibilitats:

– *Primera possibilitat:* punt situat a l'esquerra de la càrrega positiva.

Sistema d'equacions: y = x + 10 cm   y = 2 · x

Solució: y = 20 cm; x = 10 cm

– *Segona possibilitat:* punt situat entre les càrregues.

Sistema d'equacions: y + x = 10 cm   y= 2 · x

Solució: x = 10/3 cm ; y = 20/3 cm

Si les dos càrregues foren del mateix signe seria impossible que s'anul·larà el potencial en algun punt.