FÍSICA NUCLEAR

***1.** En la taula apareixen una sèrie de dades. Completa les cel·les buides.*

Nom (símbol)	*Nombre de protons*	*Nombre d'electrons*	*Nombre de neutrons (N)*	*Nombre atòmic (Z)*	*Nombre màssic (A)*	${}^{A}_{Z}X$
Cobalt (Co)	*27*				*59*	
Sodi (Na)	*11*		*12*			
Iode (I)		*53*		*53*	*127*	

Solució: *Tenint en compte: a) que el nombre de protons i electrons d'un àtom neutre és el mateix; b) que el nombre de protons del nucli d'un àtom coincideix amb el nombre atòmic (Z) i c) que la suma del nombre de protons (Z) i el de neutrons (N) del nucli de l'àtom coincideix amb el nombre màssic (A), el nombre de neutrons ve donat per N = A – Z. Per tant*

Nom (símbol)	*Nombre de protons*	*Nombre d'electrons*	*Nombre de neutrons (N)*	*Nombre atòmic (Z)*	*Nombre màssic (A)*	${}^{A}_{Z}X$
Cobalt (Co)	*27*	27	32	27	*59*	${}^{59}_{27}Co$
Sodi (Na)	*11*	11	*12*	11	23	${}^{23}_{11}Na$
Iode (I)	53	*53*	*74*	53	*127*	${}^{127}_{53}I$

2. El magnesi es presenta en la naturalesa format per tres isòtops: $^{24}_{12}Mg$, $^{25}_{12}Mg$ i $^{26}_{12}Mg$. Justifica, per a cadascun d'elles, quin és el nombre màssic, el nombre atòmic, el nombre de protons, el nombre de neutrons i el nombre d'electrons. En què es diferencien?

Solució: Tenint en compte el que hem indicat en l'exercici anterior

$^{A}_{Z}X$	**Nom**	**Nombre de protons**	**Nombre d'electrons**	**Nombre de neutrons (N)**	**Nombre atòmic (Z)**	**Nombre màssic (A)**
$^{24}_{12}Mg$	**Magnesi-24**	**12**	**12**	**12**	**12**	**24**
$^{25}_{12}Mg$	**Magnesi-25**	**12**	**12**	**13**	**12**	**25**
$^{26}_{12}Mg$	**Magnesi-26**	**12**	**12**	**14**	**12**	**26**

Per tant constatem que els isòtops (àtoms d'un mateix element) són àtoms amb el mateix nombre de protons (Z) però diferent nombre màssic (A), és a dir, amb diferent nombre de neutrons (N) i, en conseqüència, amb masses diferents.

3. El magnesi es presenta en la naturalesa format per tres isòtops: $^{24}_{12}Mg$, $^{25}_{12}Mg$ i $^{26}_{12}Mg$. Determina la massa atòmica relativa del magnesi a partir de les masses isotòpiques i l'abundància relativa de cadascun d'ells en la naturalesa.

Isòtop	**Abundància (%)**	**Massa relativa**
$^{24}_{12}Mg$	78,6	23,993
$^{25}_{12}Mg$	10,11	24,994
$^{26}_{12}Mg$	11,29	25,991

Solució: *La massa atòmica relativa del magnesi es calcula tenint en compte l'aportació de cadascun dels isòtops a la massa atòmica mitjana (que és la que s'accepta habitualment). Per tant*

$$A_r(Mg) = \frac{(\%)_1 \cdot A_{r1}({}^{24}_{12}Mg) + (\%)_2 \cdot A_{r2}({}^{25}_{12}Mg) + (\%)_3 \cdot A_{r3}({}^{26}_{12}Mg)}{100} =$$

$$= \frac{78,6 \cdot 23,993 + 10,11 \cdot 24,994 + 11,29 \cdot 25,991}{100} = 24,3198$$

4. Calcula l'equivalent energètic de la unitat de massa atòmica (1 uma = 1 u). Expressa el resultat en joule (J) i en megaelectronvolt (MeV).

Dades: **1 u =** $\frac{1}{N_A} = \frac{1}{6,02 \cdot 10^{23}}$ $kg = 1,66 \cdot 10^{-27}$ *kg; rapidesa de la llum en el buit* $c = 3 \cdot 10^8$ *m/s;* $1\ e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ *C.*

Solució: *Segons l'equació d'Einstein que relaciona la massa (Δm) amb l'energia (ΔE):*

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$$

Tenim que

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = 1'66 \cdot 10^{-27}\ kg \cdot (3 \cdot 10^8\ m/s)^2 = 1'494 \cdot 10^{-10}\ J =$$

$$= 1,494 \cdot 10^{-10}\ J \cdot \frac{1\ \ eV}{1,6 \cdot 10^{-19}\ \ J} \frac{1\ MeV}{10^6\ eV} \cong 931'48\ \ MeV$$

5. Els àtoms de l'isòtop del magnesi ${}^{25}_{12}Mg$ **tenen una massa atòmica relativa de 24,994 uma. Les masses del protó, del neutró i de l'electró són, respectivament, 1'007, 1,009 i 0,006 u. Compara la massa de l'isòtop amb la massa total dels components de l'àtom i calcula "el defecte de massa".**

Solució: *A partir de la informació que proporciona la notació de l'isòtop magnesi-25 podem concloure que: el nombre atòmic Z = 12 i el nombre màssic A = 25. Per tant està format per 25 protons (Z = 25), 25 electrons i N = A – Z = 25 – 12 = 13 neutrons.*

Per tant, la suma de les masses dels components de l'isòtop quan estan separades és

$$Z \cdot m_p + Z \cdot m_e + (A - Z) \cdot m_n = Z \cdot (m_p + m_e) + N \cdot m_n = 12 \cdot (1,007 + 0,006) + 13 \cdot 1,009 =$$

$$= 12,156 + 13,117 = 25,277\ uma$$

I comprovem que és major que la massa de l'àtom de l'isòtop (M = 24,994 u) . És a dir, la massa d'un núclid en repòs és sempre menor que la suma de les masses dels constituents *aïllats i en repòs que el componen. Aquesta diferència s'anomena* ***defecte de massa*** *(Δm) de l'àtom*

$$\Delta m = Z\, m_p + (A - Z)\, m_n + Z\, m_e - M = 25{,}277 - 24{,}994 = 0{,}283 \text{ uma}$$

Aquesta pèrdua de massa es transforma en energia segons l'equació $\Delta E = \Delta m \cdot c^2$, sent c la rapidesa de la llum en el buit ($c \cong 3 \cdot 10^8$ m/s).

6. PAU - P.3. (1998) Les masses atòmiques del $^{7}_{4}Be$ i del $^{9}_{4}Be$ són 7,016930 u i 9,012183 u, respectivament. Determineu quin és el més estable. Dades: *Masses atòmiques: $^{1}_{0}n$: 1,008665 u; $^{1}_{1}H$: 1,007825 u.*

Solució: *Per saber quin és més estable hem de calcular l'energia d'enllaç per nucleó en cada cas. A partir de*

$$E_b(^{A}_{Z}X) = \frac{B}{A} = \frac{\Delta m \quad c^2}{A} = \frac{\left[Z \quad m_p + (A - Z)\cdot m_n - M\right] \quad c^2}{A} =$$

$$= \frac{\Delta m \quad (uma) \quad 931{,}49 \quad MeV / u}{A}$$

substituint les dades

$$E_b(^{7}_{4}Be) = \frac{\left[4 \cdot 1{,}007825 + (7 - 4)\cdot 1{,}008665 - 7{,}016930\right] \cdot uma \cdot 931{,}48 \quad MeV / uma}{7 \quad nucleons} =$$

$$= 5{,}37 \quad MeV / nucleó$$

i

$$E_b(^{9}_{4}Be) = \frac{\left[4 \cdot 1{,}007825 + (9 - 4)\cdot 1{,}008665 - 9{,}012183\right] \cdot uma \cdot 931{,}48 \quad MeV / uma}{9 \quad nucleons} =$$

$$= 6{,}46 \quad MeV / nucleó$$

Així doncs, com $E_b(^{9}_{4}Be)$ és major que $E_b(^{7}_{4}Be)$ es conclou que ***és més estable l'isòtop*** $^{9}_{4}Be$

7. ***En la taula següent apareix informació sobre les principals partícules involucrades en els processos nuclears naturals i artificials***

Partícula	Símbol	Equivalència	Partícula	Símbol	Equivalència
alfa	α	${}^{4}_{2}He$	**protó**	p	${}^{1}_{1}H$
beta	β β^{-}	${}^{0}_{-1}e$	**deuteró**	d	${}^{2}_{1}H$
positró	β^{+}	${}^{0}_{+1}e$	**triti**	t	${}^{3}_{1}H$
neutró	n	${}^{1}_{0}n$	**neutrí**	ν	${}^{0}_{0}\nu$

Radiació gamma (γ)

8. ***PAU - Q.8. (1997) Completeu les reaccions nuclears següents:***

a) ${}^{45}_{20}Ca \rightarrow \ldots + e \; + \bar{\nu}$ **b)** ${}^{239}_{93}Np \rightarrow {}^{239}_{92}U + \ldots$

Solució: *Tenint en compte que en els processos radioactius s'han de conservar el nombre de nucleons, la massa-energia, la càrrega, el moment lineal, …*

a) *A partir de*

${}^{45}_{20}Ca \rightarrow \ldots + e \; + \bar{\nu}$ *tenim* ${}^{45}_{20}Ca \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e + {}^{0}_{0}\bar{\nu}$

per tant $45 = A + 0 + 0$ *d'on* $A = 45$

$20 = Z + (-1) + 0$ *d'on* $Z = 21$

És a dir, es tracta del núclid ${}^{45}_{21}X$ *(Z = 21, l'escandi)* ${}^{45}_{21}Sc$

b) *A partir de*

${}^{239}_{93}Np \rightarrow {}^{239}_{92}U + \ldots$ *tenim* ${}^{239}_{93}Np \rightarrow {}^{239}_{92}U + {}^{A}_{Z}X$

per tant $239 = 239 + A$ *d'on* $A = 0$

$93 = 92 + Z$ d'on $Z = 1$

És a dir, es tracta de $^{0}_{+1}e$ (el positró)

9 . PAU - P.4. (2000-B) El $^{124}_{55}Cs$ té una vida mitjana de 30,8 s. Si es parteix de 6,2 μg, es demana: 1) Quants nuclis hi ha en aquest instant? 2) Quants nuclis hi haurà 2 minuts després? Quina serà l'activitat en aquest moment?

Dada: Nombre d'Avogadro, $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}\ mol^{-1}$

NOTA: *si és necessari per resoldre un exercici saber la massa atòmica i no ens la donen com a dada podem prendre <u>com a valor aproximat</u> el valor del nombre màssic. És clar que sempre que no siga aquesta la resposta a l'exercici que ens plantegen.*

Solució:

1) A partir de

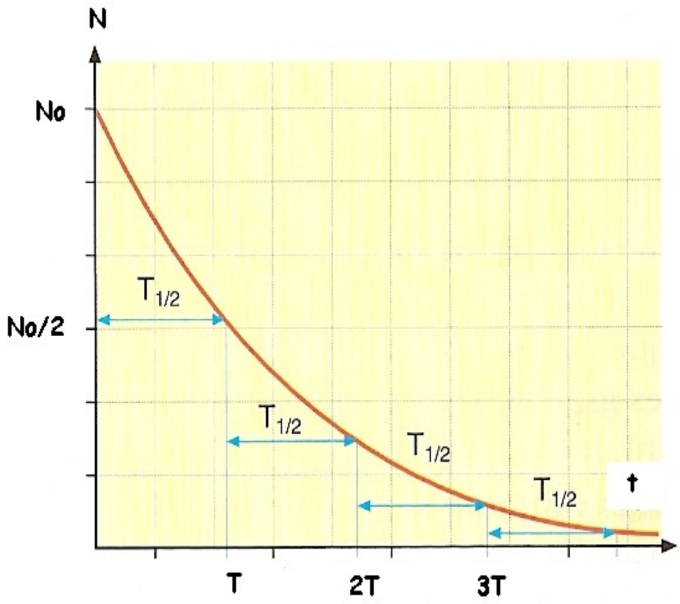
$$N_0 = \frac{massa}{massa\ \ molar}\frac{nombre\ \ d'\grave{a}toms}{mol} = \frac{m}{M} N_A =$$

$$= \frac{6{,}2 \cdot 10^{-6}\ g \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \grave{a}toms/mol}{124\ \ g/mol} = 3{,}011 \cdot 10^{11}\ \grave{a}toms = 3{,}011 \cdot 10^{11}\ \ nuclis$$

2) Per calcular els nuclis (N) que hi haurà 2 minuts (= 120 s) després emprarem la llei de la desintegració radioactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

on λ és una constant anomenada constant de desintegració o constant radioactiva i t el temps que ha transcorregut des de l'instant inicial (quan $t = t_o \Rightarrow N = N_o$)



Com la vida mitjana (τ) d'un nucli radioactiu està relacionada amb λ de la següent manera

$$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

Tenim que $$\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{30{,}8 \ s} = 0{,}03247 \ s^{-1}$$

Per tant

$$N = N_o \cdot e^{-\lambda t} = 3{,}011 \cdot 10^{16} \cdot e^{-0{,}03247 \cdot 120} = 6{,}12 \cdot 10^{14} \ \text{nuclis}$$

3) *Per a calcular l'activitat en aquest instant aplicarem l'equació*

$$A = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N = 0{,}03247 \cdot 6{,}12 \cdot 10^{14} = 2{,}08 \cdot 10^{13} \ \text{Bq (desintegracions/segon)}$$

10. ***PAU - P.5. (2001-B) En una excavació arqueològica s'ha trobat una estàtua de fusta, sent el seu contingut de ^{14}C el 58 % del que tenen les fustes actuals de la zona. Sabent que el període de semidesintegració del ^{14}C és de 5570 anys, determineu l'antiguitat de l'estàtua trobada.***

Solució: *Com el ^{14}C és radioactiu comparant el carboni-14 que hi ha actualment (N) en l'estàtua amb el carboni-14 que tenen actualment (N_o) les fustes de la zona podrem avaluar l'antiguitat (t) de l'estàtua.*

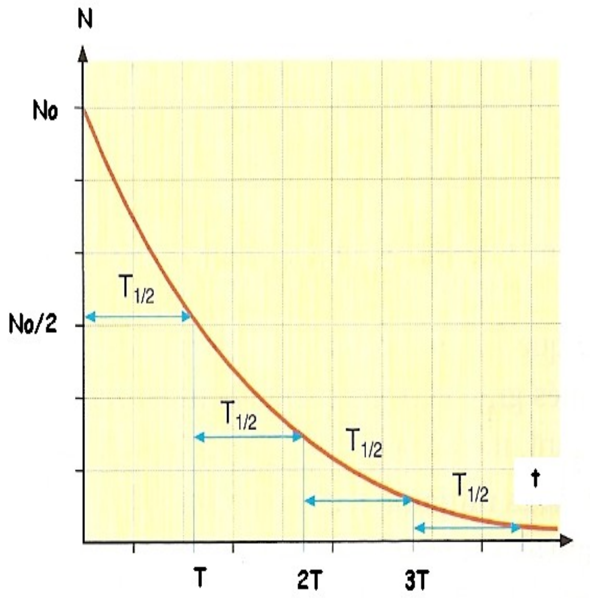
Emprarem la llei de la desintegració radioactiva

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

on λ és una constant anomenada constant de desintegració o constant radioactiva i t el temps que ha transcorregut des de l'instant inicial (quan $t = t_o \Rightarrow N = N_o$).

La constant de desintegració radioactiva λ està relacionada amb el temps en què un nombre de nuclis es redueix a la meitat (període de semidesintegració o semivida, T) de la següent manera

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0'693}{\lambda}$$



Per tant

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0'693}{5570 \ \ anys \cdot 365{,}25 \ \frac{dies}{any} \cdot \frac{24 \ \ h}{1 \ \ dia} \cdot \frac{3600 \ \ s}{1 \ \ h}} = 3{,}94 \cdot 10^{-12} \ \ s^{-1}$$

Així doncs, com (segons l'enunciat) actualment $\quad N = \frac{58}{100} N_o$

Tenim $\quad N = \frac{58}{100} N_o = N_o \ \ e^{-\lambda t}$

D'on $\quad 0{,}58 = e^{-\lambda t}$

$$Ln \ 0{,}58 = - \lambda \cdot t \cdot Ln\, e = - \lambda \ \ t = 3{,}94 \cdot 10^{-12} \cdot t$$

És a dir $\quad -0{,}545 = 3{,}94 \cdot 10^{-12} \cdot t$

I, per tant $\quad t = 1{,}38 \cdot 10^{11} \ s = 4380{,}45 \ anys$

11 . PAU - Q.7. (1997) Quan el $^{23}_{11}Na$ es bombardeja amb deuterons ($^{2}_{1}H$), s'emet una partícula α . Quin és el nombre atòmic i la massa atòmica (??, EL NOMBRE MÀSSIC) **del nucli resultant?**

Solució: *Tenint en compte el que hem dit en les anteriors activitats i considerant que el ($^{23}_{11}Na$) es bombardeja amb deuterons ($^{2}_{1}H$) i s'emet una partícula alfa ($^{4}_{2}He$) podem plantejar l'equació següent*

$$^{23}_{11}Na + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{A}_{Z}X$$

Per tant $23 + 2 = 4 + A$ *d'on* $A = 21$

$11 + 1 = 2 + Z$ *d'on* $Z = 10$

És a dir, es tracta del núclid $^{21}_{10}X$ *(Z = 10, el Neó)* $^{21}_{10}Ne$

12 . PAU - Q.11. (1998) El nucli $^{32}_{15}P$ es desintegra emetent un electró, $^{32}_{15}P \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e$, determineu els valors de A i Z del nucli fill. Si la massa atòmica del $^{32}_{15}P$ és 31,973908 u i l'energia cinètica de l'electró és de 1,71 MeV, calculeu la massa del nucli X .

Dada: $1\ u = 931{,}48\ MeV/c^2$

Solució:

• A partir de $^{32}_{15}P \rightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e$

Tenim que $32 = A + 0$ *d'on* $A = 32$

$15 = Z + (-1)$ *d'on* $Z = 16$

És a dir, es tracta del núclid $^{32}_{16}S$ *(el sofre)*

•• Una desintegració nuclear pot ser escrita:

$$X \rightarrow Y + b$$

on ***X*** *i* ***Y*** *són els nuclis inicial i final i* ***b*** *la partícula (o radiació) emesa. Una desintegració és exoenergética si en ella s'allibera energia en forma d'energia cinètica dels productes de la desintegració i per a determinar el seu valor s'aplica el principi de conservació de la massa-energia*

$$Q = (M_X - M_Y - M_b) \cdot c^2$$

En aquest cas $M_X = M_P$ (nucli pare); $M_Y = M_S$ (nucli fill) i $M_b = M_e \approx 0$ (suposem menyspreable la massa de l'electró). Si suposem també que el nucli fill no té energia cinètica, tenim que l'energia que s'allibera en el procés ho fa en forma d'energia cinètica de l'electró, és a dir $Q = 1{,}71$ MeV. Per tant

$$Q = (M_X - M_Y - M_b) \cdot c^2$$

$$Q = (M_P - M_S) \cdot c^2$$

$$Q\,(\mathrm{MeV}) = (M_P - M_S)\,(\mathrm{uma}) \cdot \frac{931{,}48\ \frac{\mathrm{MeV}}{c^2}}{1\ \mathrm{uma}} \cdot c^2$$

$$1{,}71\ \mathrm{MeV} = (31{,}973908 - M_S)\,(\mathrm{uma}) \cdot 931{,}48\ (\mathrm{MeV/uma})$$

D'on $$M_S = 31{,}972072\ \mathrm{uma}$$

13 . PAU - Q.14. (1999) Quina és l'energia, expressada en eV, que s'allibera en la següent reacció de fusió?

$${}^{3}_{1}H + {}^{3}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2\ {}^{1}_{0}n$$

Masses atòmiques: ${}^{3}_{1}H : 3{,}016049$ **u;** ${}^{4}_{2}He : 4{,}002603$ **u ;** ${}^{1}_{0}n : 1{,}008665$ **u**

Dada: *1 u equival a 931,5 MeV*

Solució: *Una reacció nuclear pot ser representada per l'equació*

$$X + a \rightarrow Y + b$$

o amb la notació $X(a, b)Y$, on ***X*** *i* ***Y*** *són els nuclis inicial i final,* ***a*** *el projectil i* ***b*** *la partícula o nucli emés. Una reacció nuclear pot ser* ***exoenergètica*** *si en ella s'allibera energia,* ***endoenergètica*** *quan s'absorbeix i* ***elàstica*** *si no hi ha variació d'energia i les partícules són les mateixes. L'energia alliberada apareix en forma d'energia cinètica dels productes de la reacció (o emissió d'energia) i per a determinar el seu valor s'aplica el principi de conservació de la massa-energia*

$$Q = (M_X + M_a - M_Y - M_b) \cdot c^2$$

i quan: $Q > 0$ (exoenergètiques), $Q < 0$ (endoenergètiques).

En aquest cas

$$M_X = M_a = M\left({}^{3}_{1}H\right) = 3{,}016049$$

$$M_Y = M\left({}^{4}_{2}He\right) = 4{,}002603\ u$$

$$M_b = 2\,M\left({}^{1}_{0}n\right) = 2 \cdot 1{,}008665\ u$$

Per tant

$$Q\,(MeV) = (M_H + M_H - M_{He} - 2\,M_n)\,(uma) \cdot \frac{931{,}5 \;\; \frac{MeV}{c^2}}{1 \;\; uma} \cdot c^2$$

És a dir

$$Q\,(MeV) = (3{,}016049 + 3{,}016049 - 4{,}002603 - 2 \cdot 1{,}008665) \cdot 931{,}5 =$$

$$= 11{,}33\ MeV = 11{,}33\ MeV \cdot \frac{10^6 \;\; eV}{1 \;\; MeV} = \mathbf{1{,}133 \cdot 10^7\ eV}$$

Es tracta, per tant, d'una reacció exoenergètica, ja que s'allibera energia perquè la massa total dels productes és menor que la massa total inicial. És aquesta disminució de massa la que justifica l'energia alliberada ($\Delta E = \Delta m \cdot c^2$)

14 . PAU - P.2 (1996) Durant el procés de fissió d'un nucli de $^{235}_{92}U$ per un neutró es lliuren 198 MeV. Calculeu l'energia lliurada en fissionar-se completament 1 kg d'Urani.

Solució: *Com sabem l'energia que s'allibera quan es fissiona un nucli d'urani, per saber l'energia que s'allibera en fissionar-se 1 kg d'urani haurem de calcular quants nuclis (àtoms) hi ha en aquesta massa d'urani. A partir de*

$$N_o = \frac{\text{massa}}{\text{massa molar}} \frac{\text{nombre d' àtoms}}{\text{mol}} = \frac{m}{M} N_A =$$

$$= \frac{1000 \;\; g \cdot 6{,}022 \cdot 10^{23} \;\; \text{àtoms / mol}}{235 \;\; g / mol} = 2{,}56 \cdot 10^{24} \text{ àtoms}$$

Per tant, l'energia total alliberada serà

$$E = \frac{198\ MeV}{\text{àtom d' urani}}\, 2{,}56 \cdot 10^{24} \text{ àtoms d' urani} = 5{,}07 \cdot 10^{26} \;\; MeV =$$

$$= 5{,}07 \cdot 10^{26}\ MeV \cdot \frac{1{,}6 \cdot 10^{-13} \;\; J}{1 \;\; MeV} = 6{,}6 \cdot 10^{13}\ J$$