Tema 2 ÒPTICA

P1.

Magnitud	Fenomen de reflexió	Fenomen de refracció
Freqüència	Invariable	Invariable
Longitud d'ona	No canvia	canvia
Velocitat de propagació	No canvia	canvia
Direcció de propagació	Canvia si no incideix perpendicularment a la superfície de separació	Canvia si no incideix perpendicularment a la superfície de separació

P2. Nosaltres veiem la vareta submergida per la llum que emet qualsevol dels seus punts, focus secundari (vareta). El feix de llum ha d'anar d'un punt de la vareta (interior de l'aigua) fins als nostres ulls (exterior de l'aigua); per a això el feix deu de canviar de mig donant lloc al fenomen de refracció.

Per a representar la imatge d'un punt de l'objecte és necessari dibuixar almenys dos rajos (dels teòricament infinits emesos) procedents del punt i que incideixen en l'ull. Els rajos al variar de mig es refracten, i en este cas canvien de direcció al no ser la incidència perpendicular.

Ja que $n_{agua} > n_{aire}$ el $\hat{i} < \hat{r}$, i per això al prolongar les direccions dels rajos que incideixen en l'ull localitzarem el punt més pròxim a la superfície. En definitiva, la imatge de tots els punts que componen la vareta produeix la sensació visual de què es doblega cap a la superfície.

P3. a) Al penetrar la llum del làser en el plàstic canvia la seua direcció (si no incideix perpendicularment), i per tant la seua velocitat de propagació i la longitud d'ona associada a la llum. No obstant, es conserva la seua freqüència.

Per a calcular la rapidesa de la llum en el CD aplicarem el concepte d'índex de refracció:

$$n_{\text{plàstic}} = \frac{c}{v_{\text{plàstic}}}; v_{\text{plàstic}} = \frac{c}{n_{\text{plàstic}}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5} = 2 \cdot 10^8 \, \text{m/s}$$

La longitud d'ona de la llum en el plàstic la deduïm tenint en compte que es conserva la freqüència:

$$N = \frac{\lambda_{\text{aire}}}{c} = \frac{\lambda_{\text{plàstic}}}{v_{\text{plàstic}}}; \lambda_{\text{plàstic}} = v_{\text{plàstic}} \frac{\lambda_{\text{aire}}}{c} = 2 \cdot 10^8 \cdot \frac{780}{3 \cdot 10^8} = 520\text{nm}$$

b) Per a calcular l'angle de refracció apliquem la llei de Snell: Per a usar esta llei l'angle d'incidència es mesura respecte a la normal a la superfície, per això:

$$\hat{i} = 90^{\circ} - 30^{\circ} = 60^{\circ}$$

I com $n_1 = 1$; $n_2 = 1,5$. Establim:

$$\hat{r} = \text{arcsen}\left(\frac{\text{sen}60^{\circ}}{1,5}\right) = 35,3^{\circ}$$

P4. El fenomen de reflexió total es produeix quan la llum no pot refractar-se, a l'incidir sobre una superfície transparent en canviar de mig. Perquè es produïsca este fenomen s'han de verificar dos condicions:
Primera condició: $n_1 > n_2$;
Segona condició: $\hat{i} > \hat{i}_{LÍMIT}$
Per això perquè es produïsca el fenomen de reflexió total en el sistema diamant–vidre, la llum ha de propagar-se del diamant al vidre i l'angle d'incidència ha de ser superior a

$$\hat{i}_{LÍMIT} = \arcsen\frac{n_2}{n_1} = \arcsen\frac{1{,}4}{2{,}5} = 34{,}05º$$

P5. En primer lloc determinarem l'índex de refracció de la llum en l'aigua. Considerant els mitjans aigua-aire establim que quan s'aconsegueix l'angle límit: n_{aigua} sen 48,61º = $n_{aire}\cdot$sen 90º =1·1

$$\mathbf{n_{aigua} = 1{,}33}$$

Aplicant el concepte d'índex de refracció establim la rapidesa de la llum en l'aigua: n=c / v v_{aigua} = c / 1,33;

En segon lloc determinarem la velocitat de la llum al medi, i per tant l'índex de refracció del medi ja que:

$$V_{medi} = 0{,}878\ v_{aigua} = 0{,}66\ c \quad n_{medi} = c / v_{medi} = 1{,}515$$

$$\hat{i}_{LÍMIT} = \arcsen\frac{n_2}{n_1} = \arcsen\frac{1}{1{,}515} = 41{,}3º$$

P6. En primer lloc aplicarem la llei de Snell en el punt d'interacció aire - mitjà 1 (n_1 = 1,5)

$$1\cdot\text{sen } 30º = 1{,}5\cdot\text{sen } \varepsilon'$$

Aïllant l'angle de refracció, obtenim: sen ε' = 0,33; ε' = 19,47º

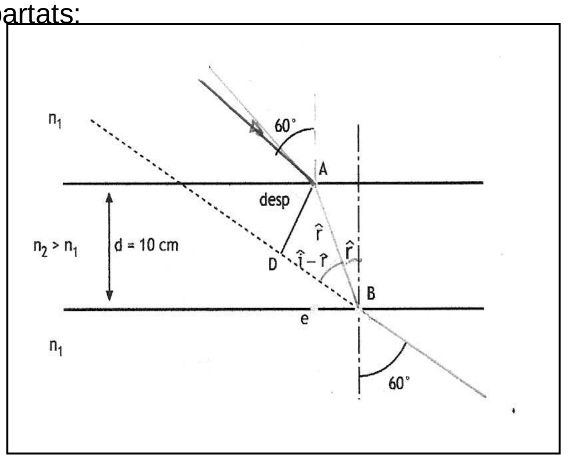
L'angle d'interacció de la llum amb la superfície, de separació entre els dos vidres, ho calculem tenint en compte que són angles complementaris:

$$\varepsilon'' = 90º - 19{,}47º = 70{,}53º$$

Per a calcular l'índex de refracció del segon vidre que dóna lloc a reflexió total, establim:

$$1{,}5\cdot\text{sen } 70{,}53º = n_2 \text{ sen } 90º;\ n_2 = 1{,}4$$

P7. El següent problema ho podem estructurar en diferents apartats:



<u>• Determinació de l'angle de refracció aire – làmina.</u>

Aplicant la llei de Snell establim:

$1\cdot$sen 60º = 1,5·sen $\hat{r}$; $\hat{r}$ = arc sen 1/1,5·sen 60º= 35,26º

<u>• Càlcul de la distància recorreguda per l'interior de la làmina.</u>

Pres de referència el triangle ABC, establim:

$$\cos\hat{r} = \frac{e}{AB};\ AB = \frac{10}{\cos 35{,}26º} = 12{,}246 \text{ cm}$$

<u>• Càlcul del desplaçament.</u>

Prenent de referència el triangle ADB, establim:

$$\text{sen }(60º-35{,}26º) = \frac{\delta}{AB};\ \delta = AB\cdot\text{sen } 24{,}74º = 5{,}125 \text{ cm}$$

P8. En aquest problema hem de calcular, en primer lloc, l'angle d'incidència i el de refracció. Per a això establim el sistema següent:

Condició	Equació
Refracció aire–vidre, aplicació de la llei de Snell	$1\cdot \text{sen}\ \hat{i} = 1{,}46\cdot \text{sen}\ \hat{r}$
Perpendicularitat entre el raig reflectit i refractat	$\hat{i} + \hat{r} = 90^\circ$

La segona condició implica que , en conseqüència, establim:

$$1\cdot \text{sen}\ \hat{i} = 1{,}46\cdot \text{sen}\ (90 - \hat{i}) = 1{,}46\cdot \cos\ \hat{i}$$

$$\text{tg}\ \hat{i} = 1{,}46\ ;\ \hat{i} = \text{arc tg}\ 1{,}46 = 55{,}6^\circ$$

$$\hat{r} = 34{,}4^\circ$$

A continuació, calculem la distància recorreguda pel raig en l'interior de la làmina:

$$\cos\ \hat{r} = \frac{e}{AB};\ AB = \frac{5}{\cos 34{,}4^\circ} = 6{,}06\ \text{cm}$$

El desplaçament lateral del raig és:

$$\text{sen}\ (55{,}6^\circ - 34{,}4^\circ) = \frac{\delta}{AB};\ \delta = 6{,}06\cdot \text{sen}\ 21{,}2^\circ = 2{,}2\ \text{cm}$$

P9. a) Per a calcular l'angle d'incidència apliquem la llei de Snell entre el primer i el segon mig:

$$2\cdot \text{sen}\ \hat{i} = 1{,}6\cdot \text{sen}\ 60^\circ;\quad \hat{i} = 43{,}85^\circ$$

b) Ja que tant n_2 com l'angle d'incidència entre el segon (60º) i el tercer medi són constants es compleix: $1{,}6\cdot \text{sen}\ 60^\circ = n_3\cdot \text{sen}\ \hat{r}_2$, per això a l'augmentar n_3 deu de disminuir r_2. De manera que a partir d'un valor de n_3 la llum es propagarà en el tercer mig. La situació límit es produirà per a $r_2 = 90^\circ$, i en aquest cas $n_3 = 1{,}3856$ (en l'applet s'apreciarà a partir d'1,39). Per a $n_3 > 1{,}3856$ la llum es refractarà en el tercer medi disminuint l'angle de refracció a l'augmentar l'índex de refracció del tercer medi.

c) En aquest cas podem establir el raonament en base a l'equació:

$$n_1\cdot \text{sen}\ 43{,}85^\circ = 1{,}6\cdot \text{sen}\ 60^\circ = 1{,}3\cdot \text{sen}\ \hat{r}_2$$

La disminució del primer índex de refracció (n_1) implica una disminució dels angles de refracció, en principi en el segon medi (recorda que en la transició entre el segon i tercer medi es produeix el fenomen de reflexió total). A partir del valor de $n_1 = 1{,}876$ (en l'applet s'aprecia en 1,87) la llum es propagarà per el tercer medi, disminuint els angles de refracció al disminuir el valor de n_1.

P10. a) el fenomen de dispersió implica separació de la llum en els seus components. Per això la llum ha de ser composta i pot aconseguir-se aquest fenomen per refracció, entre altres mètodes. Per a això el medi en què es refracte la llum ha de ser dispersiu; l'índex de refracció ha de variar apreciablement amb la longitud d'ona associada a la llum, i la refracció ha de produir un canvi diferent de la direcció per a cada component del feix (com ocorre en un prisma). Per això, totes les dispersions no impliquen refracció i, d'altra banda, totes les refraccions no produeixen la dispersió, com ocorre quan la llum no és composta o en el cas d'una làmina de cares paral·leles

b) Quan la llum travessa una làmina, de cares paral·leles, es produeix un desplaçament lateral de la direcció del feix de llum. Per això, encara que la llum incident siga composta i es refracte dos vegades, la llum no es dispersa, ja que les llums integrants no modifiquen la seua direcció de propagació.

P11. El fenomen de reflexió total només pot produir-se quan la llum passe de l'interior del prisma a l'aire. Per a això l'angle d'incidència ha de ser superior a l'angle límit.

El valor del mateix es determina a partir de l'equació:

$$n_1 \cdot \text{sen}\ \hat{i}_{LIMIT} = n_2 \cdot \text{sen}\ 90^\circ \quad \hat{i}_{LIMIT} = \text{arc sen}\ \frac{n_2}{n_1} = 38{,}68^\circ$$

Per a verificar si es produirà el fenomen de reflexió total haurem de determinar l'angle d'incidència de la llum en la segona cara del prisma. Per a això, calculem l'angle de refracció en la primera cara del prisma:

$1 \cdot \text{sen}\ 15^\circ = 1{,}6 \cdot \text{sen}\ \hat{\beta}_1$; $\hat{\beta}_1 = 9{,}31^\circ$ com que $\hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 = \theta$; $\hat{\beta}_2 = \theta - \hat{\beta}_1 = 60^\circ - 9{,}31^\circ = 50{,}69^\circ$

Donat que l'angle d'incidència és major que el límit, es produirà reflexió total

P12. a) En aquest cas la llum travessa el prisma simètricament i $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, en conseqüència, $\beta_1 = \beta_2 = 60^\circ/2 = 30^\circ$.

Per a calcular l'índex de refracció del prisma apliquem la llei de Snell en la primera refracció:

$$1\ \text{sen}\ 41{,}3^\circ = n_2 \cdot \text{sen}\ 30^\circ\ ;\ n_2 = (\text{sen}\ 41{,}3^\circ)/(\text{sen}\ 30^\circ) = 1{,}32$$

b) $$\delta = (\alpha_1 + \alpha_2) - \theta = 22{,}6^\circ$$

c) La freqüència no es modifica al passar la llum de l'aire al prisma. No obstant, la seua rapidesa de propagació disminueix en l'interior del prisma ($v_{llum} = c\ /\ n_{prisma}$) i, en conseqüència, la longitud de la llum, en l'interior del prisma, disminueix ($v_{llum} = N \cdot \lambda$)

P13. Tenint en compte la equació del dioptre esfèric:

$$\frac{n_2}{S'} - \frac{n_1}{S} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

I aplicant les condicions: $n_1 = 1$, $n_2 = 1{,}33$, $R = 8 \cdot 10^{-3}$ m, $S = -0{,}25$ m, establim:

$$\frac{1{,}33}{S'} - \frac{1}{-0{,}25} = \frac{1{,}33 - 1}{8 \cdot 10^{-3}}$$ per tant aïllant S'= 0,0357 m = 3,57 cm

P14. a) **f + f' = R** de les condicions del concepte de focus per tant R = 20 cm

b) Per a calcular l'índex de refracció del mig 2 apliquem la equació per a determinar la posició del focus imatge (f'):

$$f' = R\frac{n_2}{n_2 - n_1}; 40 = 20\frac{n_2}{n_2 - 1}$$ per tant $n_2 = 2$

c) Varies opcions 1ª $$\frac{n_2}{S'} - \frac{n_1}{S} = \frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{2}{S'} - \frac{1}{-10} = \frac{2-1}{20}$$ per tant S' = -40 cm

2ª $$\frac{f}{S} + \frac{f'}{S'} = 1 = \frac{-20}{-10} + \frac{40}{S'}$$ S' = -40 cm

P15. El sentit positiu ho estableix la propagació de la llum.

a) El peix veurà la imatge del gat, de manera que la llum passa de l'aire a l'aigua, sent les dades: S = -20 cm, R = 40 cm, n_1 = 1, n_2 = 4/3. Aplicant la invariant d'Abbe:

$$\frac{n_2}{S'} - \frac{n_1}{S} = \frac{n_2 - n_1}{R}; \quad S' = -32 \text{ cm}$$

Per a calcular l'augment lateral apliquem la equació:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{S' \cdot n_1}{S \cdot n_2} = \frac{(-32) \cdot 1}{(-20) \cdot 4/3} = 1{,}2$$

b) El gat veurà la imatge del peix, de manera que la llum passa de l'aigua a l'aire, sent les dades: n_1 = 4/3, n_2 = 1, R = -40 cm, S = -10 cm. Aplicant la invariant d'Abbe:

$$\frac{n_2}{S'} - \frac{n_1}{S} = \frac{n_2 - n_1}{R} \quad S' = -8 \text{ cm}$$

Per a calcular l'augment lateral apliquem la equació:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{S' \cdot n_1}{S \cdot n_2} = \frac{(-8) \cdot 4/3}{(-10) \cdot 1} = 1{,}066$$

En aquest cas R = ∞; i, en conseqüència la invariant d'Abbe serà: $\frac{n_2}{S'} = \frac{n_1}{S}$; $\quad S' = S \cdot \frac{n_2}{n_1}$

En el cas que el gat veu al peix, es compleix: n_1 = 4/3, n_2 = 1, S = -10 cm S' = -7,5 cm

En el cas que el peix veu al gat, es compleix: S = -20 cm, n_1 = 1, n_2 = 4/3 S' = -26,67 cm

En ambdós cas l'augment lateral és un; per això y = y'.

P17. L'equació del dioptre pla és

$$\frac{n_2}{S'} = \frac{n_1}{S}$$

Com el quocient n_2 (aigua) /n_1 (aire) > 1, veurà el pardal més alt (S' > S). Hem d'insistir que aquest raonament només és correcte per a angles d'observació molt xicotets respecte a la vertical.

P18. a) La lent convergent fa confluir (convergir) el feix de llum que la travessa en un punt (focus imatge, f' > 0), mentre que la divergent separa ("divergeixen") el feix de llum al travessar-la (f' < 0).

b) La potència d'una lent en l'aire es defineix com: $P = \frac{1}{f'}$ i la seua unitat en el sistema internacional és la diòptria (D). Una potència positiva implica que f' > 0 (lent convergent) i una negativa que f' < 0 (lent divergent).

P19. a) Les dades del problema, segons el conveni de signes, són:
s = –10 cm = –0,1 m; y = 2 mm; P = 5 D (lent convergent).
En primer lloc, localitzem la posició de la imatge aplicant l'equació de la lent:

$$\frac{1}{S'} - \frac{1}{S} = P = \frac{1}{f'} \text{ per tant } S' = -20 \text{ cm}$$

Per a trobar la grandària de la imatge calculem l'augment lateral i donat que n_1 i n_2 són el mateix medi:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{S' \cdot n_1}{S \cdot n_2} = \frac{S'}{S} = \frac{-20}{-10} = 2$$

La grandària de la imatge és: y' = A_L·y = 2·2 mm = 4 mm.

L'alumnat ha d'usar l'applet "*Les lents i la formació de les imatges*" del CD per a comprovar, una vegada introduïts les dades del problema, amb el diagrama de rajos que la imatge és virtual, dreta i augmentada el doble, tal com indiquen els càlculs.

b) Per a calcular el radi de curvatura de l'altra cara de la lent apliquem l'equació:

$\frac{1}{f'} = \left(\frac{n_{lent} - n_{medi}}{n_{medi}}\right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$ Aplicant les condicions: 1/f'=5 D, n_{lent}=1,5, n_{medi}=1, R_1=0,1m, establim l'equació: $5 = \left(\frac{1,5-1}{1}\right) \cdot \left(\frac{1}{0,1} - \frac{1}{R_2}\right)$ aïllant R_2, obtenim: $R_2 = \infty$. És a dir, la seua cara és plana.

P20. a) Aplicant la definició de la focal imatge establim f' = 20 cm.

b) Aplicant les condicions: s = -100 cm i f' = 20 cm a la invariant d'Abbe, establim l'equació: $\frac{1}{S'} - \frac{1}{S} = \frac{1}{f'}$ per tant $\frac{1}{S'} - \frac{1}{-100} = \frac{1}{20}$; S' = 25 cm

L'augment lateral és: $A_L = \frac{y'}{y} = \frac{S'}{S} = \frac{25}{-100} = -0,25$

que significa que la imatge és invertida, real i reduïda. L'alumnat ha d'usar l'applet "*Les lents i la formació de les imatges*", del CD per a comprovar, una vegada introduïts les dades del problema, amb el diagrama de rajos que la imatge és real, invertida i la quarta part de l'objecte, tal com indiquen els càlculs.

P21. a) El que la lent siga convergent o divergent depèn d'índex de refracció del medi i dels radis de curvatura de la lent, per tant si f' > 0 serà convergent en cas contrari serà divergent. En aquest cas en el que els radis són constants el que la lent siga convergent o divergent dependrà dels índex de refracció de la lent i del medi. Si $n_{lent} > n_{medi}$ la lent serà divergent, en el cas contrari serà convergent.

b) Per a calcular la posició de la focal imatge aplicarem l'equació:

$\frac{1}{f'} = \left(\frac{n_{lent} - n_{medi}}{n_{medi}}\right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$ Tenint en conte les característiques geomètriques ($R_1 = 6,410^{-2}$ m, $R_2 = 4,2 \cdot 10^{-2}$ m), l'índex de refracció de la lent (n_{lent} = 1,2) i del medi.

- En l'aire (n_{medi} = 1):
  $\frac{1}{f'} = \left(\frac{1,2-1}{1}\right) \cdot \left(\frac{1}{6,4 \cdot 10^{-2}} - \frac{1}{4,2 \cdot 10^{-2}}\right)$ f' = -0,127 m= -12,7 cm **lent divergent**

- En l'aigua (n_{medi} = 1,33):
  $\frac{1}{f'} = \left(\frac{1,2-1,33}{1,33}\right) \cdot \left(\frac{1}{6,4 \cdot 10^{-2}} - \frac{1}{4,2 \cdot 10^{-2}}\right)$ f' = 0,33 m= 33 cm **lent convergent**

c) En aquest cas: y = 10 cm, s = -12 cm ; f' = -12,7 cm Per a calcular la posició de la imatge apliquem l'equació: $\frac{1}{S'} - \frac{1}{S} = \frac{1}{f'}$; $\frac{1}{S'} - \frac{1}{-12} = \frac{1}{-12.7}$ per tant s' = -6,17 cm

El augment lateral serà: $A_L = \frac{y'}{y} = \frac{S'}{S} = \frac{-6,17}{-12} = 0,514$

Per tant, la grandària de la imatge és: y' = 0,514·10 cm = 5,14 cm.

Una vegada més l'applet "*Les lents i la formació de les imatges*" del CD, serveix per a comprovar amb les dades anteriors i el diagrama de rajos, que la imatge és: virtual, dreta i reduïda. En aquest curs per a visualitzar millor el diagrama es recomana usar l'esca-la 1 cm (10 unitats (s = -120; f' = -127).

d) En aquest cas: y = 10 cm , s = -12 cm; f' = 33 cm. Per a calcular la posició de la imatge apliquem l'equació: $\frac{1}{S'} - \frac{1}{-12} = \frac{1}{33}$ per tant s' = -18,85

El augment lateral serà: $A_L = \frac{y'}{y} = \frac{S'}{S} = \frac{-18{,}85}{-12} = 1{,}57$

la grandària de la imatge és: y' = 1,57·10 cm = 15,7 cm. La imatge és virtual, dreta i augmentada.

P22. Segons les condicions de l'enunciat ha de verificar-se:

$$A_L = \frac{S'}{S} = -2 \text{ per tant } S' = -2\,S$$

Aplicant l'equació de les lents, establim:

$$\frac{1}{S'} - \frac{1}{S} = \frac{1}{f'}; \qquad \frac{1}{-2S} - \frac{1}{S} = \frac{1}{0{,}33}$$ S = -0,5 m i S' = 1m

P23. a) Per a calcular la rapidesa de la llum, en l'interior de la lent, apliquem l'equació: $n = \frac{c}{v_{\text{plàstic}}}$; $v_{\text{plàstic}} = 1{,}67 \cdot 10^8$ m/s

b) Ja que la lent és simètrica ha de tindre el mateix valor dels radis en ambdós cares. Al ser bicòncava els radis, segons el criteri de signes, són: R_1 = -R, R_2 = R. Si apliquem l'equació del constructor de lents, establim:

$$\frac{1}{f'} = \left(\frac{n_{lent} - n_{medi}}{n_{medi}}\right) \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{f'} = \left(\frac{1{,}8-1}{1}\right) \cdot \left(\frac{1}{-R} - \frac{1}{R}\right) = -2D$$ per tant R = 0,8 m

c) La lent, en l'aire, és divergent pel que sempre originarà imatges virtuals, dretes i més xicotetes. En aquest cas ha de verificar-se:

$$A_L = \frac{y'}{y} = \frac{S'}{S} = \frac{1}{2}$$

per tant S' = S/2 i aplicant l'equació de les lents

$$\frac{1}{S'} - \frac{1}{S} = -2D; \quad \frac{2}{S} - \frac{1}{S} = -2D$$ S= -1/2 m

Amb el mateix l'applet "*Les lents i la formació de les imatges*" del CD, es comprova que en una lent divergent (f' = –50 cm) quan l'objecte se situa en s = –50 cm s'origina una imatge virtual, dreta i de grandària la meitat de l'objecte, en s' = –25 cm.

P24. En una lent convergent, potència positiva, les imatges virtuals s'originen quan l'objecte es localitza entre el vèrtex de la lent i el focus (f < s < 0). En eixe cas les imatges són dretes i augmentades, per tant:

$$A_L = \frac{S'}{S} = 2 \text{ per tant } S' = 2\,S$$

Aplicant la invariant d'Abbe: $\frac{1}{S'} - \frac{1}{S} = \frac{1}{f'} = P = 5D$; $\frac{1}{2S} - \frac{1}{S} = 5D$ S = -0,1m

P25. a) Per a calcular la potència de la lent en l'aire partim de la seua distància focal f' = 35 · 10^{-3} m. Per tant, $P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{35 \cdot 10^{-3}} = 28{,}57D$

b) Al ser la lent biconvexa els radi de les seues cares, segons el conveni de signes, són: R_1 = 3 cm i R_2 = -5 cm. Per això, l'equació que relaciona la posició focal amb els radis és:

$\frac{1}{3{,}5 \cdot 10^{-2}} = \frac{n_{lent} - 1}{1}\left(\frac{1}{3 \cdot 10^{-2}} - \frac{1}{-5 \cdot 10^{-2}}\right)$ aïllant n_{lent} = 43/28

c) En aquest cas s = -1 m, i per determinar s' apliquem la equació: $\frac{1}{S'} - \frac{1}{S} = P;\ \frac{1}{S'} - \frac{1}{-1} = 28{,}57$ per tant S' = 0,0363 m

$$A_L = \frac{S'}{S} = \frac{0{,}0363}{-1} = -0{,}0363$$

P26. En primer lloc per a poder projectar la imatge ha de ser real i, en conseqüència, la lent només pot ser convergent (P > 0). Analitzant les condicions de l'enunciat establim dos situacions:

a) Primera situació, s = x (segons el nostre conveni de signes x < 0 . s' = 12 cm.

b) Segona condició, s = x – 2 cm (hem de tindre en compte el conveni de signes) s'= 8 cm (a l'allunyar la lent 2 cm reduïm la distància lent - pantalla a 10 cm i posteriorment hem d'acostar la pantalla altres 2 cm a la lent, és a dir $d_{pantalla}$ – lent = 8 cm). Per a plantejar un sistema d'equacions aplicarem la equació de la lent a les dos situacions.

Primera equació: $\frac{1}{S'} - \frac{1}{S} = P;\ \frac{1}{12} - \frac{1}{x} = P$

Segona equació: $\frac{1}{S'} - \frac{1}{S} = P;\ \frac{1}{8} - \frac{1}{x-2} = P$

Resolent el sistema per igualació, establim: x = -6 cm i x = 8 cm com que establint el criteri de signes s< 0 la solució és la negativa.

$$P = \frac{1}{S'} - \frac{1}{S};\ \frac{1}{12} - \frac{1}{-6} = \frac{1}{f'}$$ per tant f' = 4 cm

P27. a) L'única lent que pot originar imatges reals, que se projecten en una pantalla, són les convergents. Doncs que la imatge ha de ser augmentada i real haurà de ser invertida (recorda que la dretes i augmentades són sempre virtuals). Per tant, l'augment lateral és A_L = -3. Açò ens permet establir la primera equació:

$$A_L = \frac{S'}{S} = -3; \quad S' = -3S$$

D'altra banda, com la distància objecte – imatge és de 4 m establim, segons el criteri de signes (s < 0), la segona equació: -S+ S' = 4m

Al resoldre el sistema d'equacions plantejat, trobem: S= -1m S' = 3m

Per a calcular la potència de la lent a l'equació, $P = \frac{1}{S'} - \frac{1}{S} = \frac{4}{3}D$

La posició focal és: P = 1/f' per tant f' = ¾ m

Es pot reproduir la construcció geomètrica usant l'applet "*Les lents i la formació de les imatges*" del CD. Per a això ha d'indicar els valors: f' = 75 cm i s = –100 cm.

b) En aquest cas, com la potència de la lent és 4/3 D, han de verificar-se les equacions:

$$P=\frac{1}{S'}-\frac{1}{S}=\frac{4}{3}D$$ i : -S+ S' = 4m

Al resoldre el sistema per substitució s'estableix,

$$\frac{1}{4+S}-\frac{1}{S}=\frac{4}{3}$$

Que al desenvolupar dóna l'equació quadràtica: $4s^2 + 16s + 12 = 0$ Al resoldre l'equació s'obtenen dos possible solucions: s = -1 m, que correspon a l'apartat anterior (s' = 3 m)
s = -3 m, que correspon a s' = 1 m. En aquest cas l'augment corresponent a la imatge és:

$$A_L=\frac{S'}{S}=-\frac{1}{3}$$

Per tant, l'objecte estarà situat 3 m per davant de la lent i la pantalla a 1 m per darrere de la lent, originant una imatge tres vegades menor que l'objecte i invertida.

P28. a) La potència d'una lent depèn de les propietats òptiques del medi (n_{medi}) i la lent (n_{lent}) i de les característiques geomètriques de la lent (R_1 i R_2). No obstant, la potència d'un espill només depèn del seu radi de curvatura (P = 2 / R) ja que forma la imatge per reflexió (sense canviar la llum de medi).

b) Amb la part còncava de la cullera observem una imatge menor i invertida mentre que en la cara convexa s'observa una imatge dreta, menor i virtual.

P29. De l'enunciat establim les dades següents: y = 4 cm, R = -40 cm (espill còncau)

a) En aquest cas s = -60 cm Aplicant l'equació dels espills

$$\frac{1}{S'}+\frac{1}{S}=\frac{2}{R}$$ establim $$\frac{1}{S'}+\frac{1}{-60}=\frac{2}{-40}$$ S' = -30 cm

L'augment lateral de la imatge és:

$$A_L=-\frac{S'}{S}=-\frac{-30}{-60}=-\frac{1}{2}$$ per tant el tamany de la imatge serà $y' = A_L \cdot y = -2$ cm

P30. Segons l'enunciat: R = 40 cm (espill convex),s = -25 cm, y = 5 cm. Aplicant l'equació dels espills, establim:

$$\frac{1}{S'}+\frac{1}{-25}=\frac{2}{40}$$ S' = 11'11cm

L'augment lateral de la imatge és:

$$A_L=-\frac{S'}{S}=-\frac{11{,}11}{-25}=\frac{4}{9}$$ per tant el tamany de la imatge serà $y' = A_L \cdot y = 20/9$ cm

P31. L'espill és còncau (R < 0) ja que només aquest tipus d'espills poden originar imatges reals. Basant-se en l'enunciat quan s = - 50 cm l'augment lateral és $A_L = -2$. Per tant, establim:

$$A_L=-\frac{S'}{S}=-2$$ per tant S' = 2S = -100 cm

Aplicant l'equació dels espills: $$\frac{1}{-100}+\frac{1}{-50}=\frac{2}{R}$$ R = 200/3 cm

P32. a) En primer lloc calcularem el radi de curvatura del espill a partir de la situació: S = -8 cm̦ S' = 10 cm. Aplicant l'equació dels espills:

$$\frac{1}{10}+\frac{1}{-8}=\frac{2}{R} \qquad R = -80 \text{ cm}$$

b) En el cas que s = -25 cm, la posició de la imatge es calcula a partir de l'equació:

$$\frac{1}{S'}+\frac{1}{-25}=\frac{2}{-80} \qquad S' = 66{,}67 \text{ cm}$$

l'augment lateral és $A_L = -\frac{66.67}{-25} = 1{,}3$ per tant el tamany de la imatge serà y'=A_L·y= 1,3y

P33. Ja que l'espill és convex les imatges observades seran sempre virtuals, dretes i més xicotetes que els objectes reflectits. En aquest cas s = -10 m i R = 1,2 m.
Per a calcular la posició de la imatge, respecte al vèrtex de l'espill, apliquem l'equació:

$$\frac{1}{S'}+\frac{1}{S}=\frac{2}{R}; \quad \frac{1}{S'}+\frac{1}{-10}=\frac{2}{1{,}2} \qquad S' = 0{,}57 \text{ m}$$

com és positiva significa que està localitzada darrere de l'espill (virtual). L'augment de la imatge és:

$A_L = -\frac{0.57}{-10} = 0{,}057$ És a dir, és dreta i reduïda. La grandària de la imatge és:

y' = 0,0566·1,8 m = 0,102 m

P34. En aquest cas f' = -20 cm, per ser l'espill còncau.

a) En un espill còncau perquè la imatge siga real i augmentada ha de ser invertida. Per això: $A_L = -\frac{S'}{S} = -2$ per tant S' = 2S

Per a trobar les posicions, respecte al vèrtex de l'espill, substituïm la relació en l'equació dels espills:

$$\frac{1}{S'}+\frac{1}{S}=\frac{1}{f'} \quad \text{per tant} \quad \frac{1}{2S}+\frac{1}{S}=\frac{1}{-20} \qquad S = -40 \text{ cm}; \quad S' = -60 \text{ cm}$$

És a dir hem de situar l'objecte 30 cm per davant del espill i observarem una imatge a 60 cm per davant.

b) Si la imatge és virtual i augmentada ha de ser dreta. Per tant.

$A_L = -\frac{S'}{S} = 2$ per tant S' = -2S

Per a trobar les posicions, respecte al vèrtex de l'espill, substituïm la relació en l'equació dels espills:

$$\frac{1}{S'}+\frac{1}{S}=\frac{1}{f'} \quad \text{per tant} \quad \frac{1}{-2S}+\frac{1}{S}=\frac{1}{-20} \qquad S = -10 \text{ cm}; \quad S' = 20 \text{ cm}$$

és a dir hem de situar l'objecte 10 cm per davant del espill i observarem una imatge virtual a 20 cm per darrere de l'espill.

P35. El *punt pròxim* és la distància mínima a què pot enfocar objectes l'ull. Esta distància varia amb l'edat però normalment se presa de referència la distància de 25 cm. La màxima distància a què pot enfocar l'ull es denomina *punt remot*; per a adults normals és pràcticament infinita. Aquests punts de referència per a l'enfocament de l'ull estan relacionats amb els problemes de visió més habituals.

P36. a) Per a calcular la distància del cristal·lí (lent convergent) a la retina (pantalla) assimilem el sistema com una lent en què es verifica:

f' = 15 mm, s = –∞, s' = d

Aplicant l'equació de les lents:

$$\frac{1}{S'}-\frac{1}{S}=\frac{1}{f'} \qquad \frac{1}{d}-\frac{1}{-\infty}=\frac{1}{15} \qquad \text{d= 15 mm}$$

b) Per a establir les característiques de la imatge calculem la posició de la seua imatge respecte a la lent (cristal·lí) i, a continuació, calculem el seu augment.

Situació: s = -50 m, y = 10 m, f' = $1{,}5\cdot10^{-2}$ m.

Calculem s', aplicant l'equació de la lent: $\frac{1}{S'}-\frac{1}{-50}=\frac{1}{1{,}5\cdot10^{-2}}$

Aïllant s', obtenim: s' = $1{,}50045\cdot10^{-2}$ m

L'augment és: $A_L=\frac{S'}{S}=\frac{1{,}50045\cdot10^{-2}}{-50}=-3\cdot10^{-4}$ per tant y' = $A_L\cdot y = -3\cdot10^{-4}\cdot10 = -3\cdot10^{-3}$ m

és a dir, la imatge ha de formar-se en la retina (d = 15mm) de forma invertida i molt reduïda per a poder ser percebuda (y' = -3 mm)

Situació: s = -100 m, y = 10 m, f' = $15\cdot10^{-3}$ m ; Calculem s', aplicant l'equació de la lent:

$$\frac{1}{S'}-\frac{1}{-100}=\frac{1}{1{,}5\cdot10^{-2}}$$

Aïllant s', obtenim: s' = $1{,}50023\cdot10^{-2}$ m

L'augment és: $A_L=\frac{S'}{S}=\frac{1{,}50023\cdot10^{-2}}{-100}=-1{,}5\cdot10^{-4}$ per tant y' = $A_L\cdot y = -1{,}5\cdot10^{-4}\cdot10 = -1{,}5\cdot10^{-3}$ m

Ara, la imatge ha de seguir formant-se en la retina (d = 15 mm) de forma invertida i molt més reduïda, per trobar-se l'arbre més lluny, per a poder ser percebuda (y' = -1,5 mm). El fet que la imatge s'origine sempre en la retina és una conseqüència del valor tan xicotet de la focal del cristal·lí. La imatge ha de ser sempre molt reduïda, amb això l'ull té un camp de visió ampli. A l'allunyar la posició de l'objecte, respecte a l'ull, es conserva la posició de la imatge i disminueix proporcionalment la grandària de la imatge.

P37. Per a corregir la posició del punt remot, que en un ull normal és l'infinit, i que en esta persona no va més allà de 2 m, cal col·locar una lent que "acoste" un objecte situat molt lluny (s = -∞) fins al punt de visió remota de l'ull (s' = -2 m) i forme imatges virtuals d'objectes llunyans, a una distància igual o menor a 2 m, dretes i situades davant i molt pròximes a la lent, perquè facen d'objecte del cristal·lí. Com sabem, açò s'aconsegueix amb lents divergents, que sempre produeixen imatges virtuals, dretes, més xicotetes i situades pròximes a la lent.

En el nostre cas s = -∞ i s' = -2 m; aplicant l'equació de les lents

$\frac{1}{S'}-\frac{1}{S}=\frac{1}{f'};\ \frac{1}{-2}-\frac{1}{-\infty}=\frac{1}{f'}$ per tant f' = - 2m i P = 1/f' = -0,5D és negativa en ser divergent.

P38. En primer lloc, analitzarem la correcció del punt pròxim:

En aquest cas l'ull d'aquesta persona enfoca sobre la retina aquells objectes que es troben com a mínim a 75 cm; per tant hem de col·locar una lent que "porte" el punt pròxim (s = -25 cm) a la posició s' = -75 cm, o dit d'un altre mode, que forme imatges virtuals dels objectes que es troben a 25 cm a la distància de 75 cm, que és on està el punt pròxim.

Per a això hem d'utilitzar una lent tipus lupa, una lent convergent de distància focal tal que la imatge es forme com a mínim a 75 cm del cristal·lí:

En aquest cas, s = -25 cm, s' = -75 cm, i per això:

$\frac{1}{-0,75} - \frac{1}{-0,25} = \frac{1}{f'}$ f' = 0,375 m i P = 2,67D

Per a corregir el punt llunyà hem d'usar una lent que origine la imatge d'un objecte situat en s = -∞ en s' = -5 m. Per tant:

$$\frac{1}{-5} - \frac{1}{-\infty} = \frac{1}{f'} = P$$ P = -0,2D

P39. L'esquema del microscopi es mostra en el llibre de text.
El microscopi més senzill consisteix en un sistema de dos lents, separades entre si una certa distància, amb les que es pretén aconseguir el major augment possible.

L'augment del microscopi és el producte de què aconsegueixen cada una de les lents i tindrà signe negatiu, ja que la imatge final és invertida respecte a l'objecte observat.

P40. En aquest cas les condicions són: s = -3,8 · 10^8 m, f' = R/2 = -8 m /2 = -4 m.
Aplicant l'equació dels espills (la imatge s'obté per reflexió de la llum procedent de la Lluna):

$$\boxed{\frac{1}{S'} + \frac{1}{S} = \frac{1}{f'}};\ \frac{1}{S'} + \frac{1}{-3,8\cdot 10^8} = \frac{1}{-4}$$ per tant S' = -4 m

com la Lluna pot considerar-se un objecte molt allunyat, pràcticament en l'infinit, la seua imatge s'originarà en el focus del telescopi. L'augment de la imatge serà:

$A_L = -\frac{S'}{S} = -\frac{-4}{-3,8\cdot 10^8} = -1\cdot 10^{-8}$ m i y' = A_L·y = -1·10^8 3,6·10^6 = 3,6·10^{-2} m