Tema 3 FÍSICA QUÀNTICA

P1. $E_{MÀXIMA}$ = 3,106 eV; E_{MINIMA} = 1,775 eV

P2. La temperatura superficial es calcula aplicant la llei de Wien: $\lambda_{MÀX} \cdot T = 2{,}9 \cdot 10^{-3}$ m·K

$$T = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{\lambda_{MÀX}} = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m \cdot K}}{455 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}} = 6373{,}626\,\mathrm{K}$$

L'energia dels fotons és: $E = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 4{,}37 \cdot 10^{-19}$ J = 2,73 eV

P3. En primer lloc, calculem l'energia transferida per la antena:

$$\Delta E = P \cdot \Delta t = 0{,}02\ \mathrm{W} \cdot 60\ \mathrm{s} = 1{,}2\ \mathrm{J}$$

Partint de la hipòtesi quàntica de què l'energia es transfereix per un doll de fotons idèntics, calculem l'energia associada a un fotó:

$$E_{FOTÓ} = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \frac{3 \cdot 10^{8}}{5 \cdot 10^{-3}} = 3{,}97 \cdot 10^{-23}\ \mathrm{J}$$

Per tant el nombre de fotons serà: $\Delta E = n \cdot E_{fotó;}$ $n = \Delta E / E_{fotó}$ = 1,2 J / $3{,}97 \cdot 10^{-23}$ J/fotó = $3{,}018 \cdot 10^{22}$ fotons

P4. La situació més favorable per a dissociar la molècula correspon a la interacció amb un fotó que li transfereix tota la seua energia. La mínima energia del fotó l'estableix l'energia de dissociació:

$$\Delta E_{DISSOCIACIÓ} = 11\ \mathrm{eV} \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} / 1\ \mathrm{eV}) = 1{,}76 \cdot 10^{-18}\ \mathrm{J}$$

que correspon a un fotó amb una freqüència: $\nu = \Delta E_{DISSOCIACIÓ} / h = 2{,}646 \cdot 10^{14}$ Hz.

La longitud d'ona associada a aquesta freqüència és $\lambda = \frac{c}{\nu}$ = 112,9 nm

Com el límit inferior visible és λ = 400 nm i la longitud màxima de la radiació per a dissociar la molècula és inferior, la llum visible no produirà la dissociació de les molècules.

P5. a) La longitud d'ona es calcula amb l'equació:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s}}{1{,}8 \cdot 10^{9}\ \mathrm{Hz}} = 0{,}167\ \mathrm{m}$$

b) La intensitat es determina a partir de l'equació:

$$I = \frac{E}{S \cdot t} = \frac{P}{S}$$

Suposant que l'energia es distribueix en superfícies esfèriques, per propagar-se en un medi homogeni, establim:

$$\Delta S = 4 \cdot \pi \cdot R^2 = 4 \cdot \pi \cdot (50\ \mathrm{m})^2 = 3{,}1415 \cdot 10^{4}\ \mathrm{m}^2$$

En conseqüència, la intensitat és:

$$I = \frac{1500\,\mathrm{W}}{3{,}1415 \cdot 10^{4}\,\mathrm{m}^2} = 4{,}77 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{W/m^2}$$

c) Per a trobar el nombre de fotons emesos, calculem en primer lloc l'energia transferida:

$$\Delta E = P \cdot \Delta t = 1500\ \mathrm{W} \cdot 1\ \mathrm{s} = 1500\ \mathrm{J}$$

L'energia associada a cada fotó:

$$E_{fotó} = 6,626\ 10^{-34}\ J·s·1,8\ 10^{9}\ Hz = 1,2·10^{-24}\ J$$

El nombre de fotons és:

$$\Delta E = n·E_{fotó};\quad n = \Delta E / E_{fotó} = 1500\ J / 1,2·10^{-24}\ (J/fotó) = 1,25·10^{27}\ fotons$$

P6. $n = 3·10^5$ fotons

P7. a) Per a ionitzar els àtoms integrants de les molècules del gas el fotó ha de transferir-li a l'àtom l'energia suficient per a arrancar-li un electró. Per això, la mínima energia del fotó correspon a l'energia de ionització més baixa, la de l'àtom de cesi:

$$E_{I,Cs} = 3,9 eV·\frac{1,6·10^{-19}\ J}{1 eV} = 6,24·10^{-19}\ J$$

Aquesta energia ha de ser transferida per fotons:

$$E_{FOTÓ} = E_{I,Cs} = 6,24·10^{-19}\ J = h·\nu_o = h·\frac{c}{\lambda_o};\quad \lambda_o = 318,5\ nm$$

radiació que correspon a la regió ultraviolada del espectre.

b) L'energia mínima per a ionitzar els àtoms de mercuri és: $E_{I,Hg} = 1,664·10^{-18}$ J que la proporciona un fotó que tinga una longitud de onda màxima de:

$$\lambda_{MÀX} = 119,5\ nm$$

I ja que aquest làser posseeix una longitud d'ona inferior (100 nm), ionitzarà els àtoms de mercuri.
La quantitat d'electrons emesos és proporcional al nombre de fotons incidents.

P8. $\lambda_{MÀX} = 1380,4$ nm

P9. El treball d'extracció és la mínima energia necessària per a arrancar electrons de la superfície d'un metall. Es pot mesurar amb una cèl·lula fotoelèctrica, en la placa de d'emissió la qual es col·loca el metall per al qual desitgem determinar el seu treball d'extracció. Sobre la placa d'emissió es fan incidir radiacions de freqüències conegudes que produïsquen l'efecte fotoelèctric, usant per a això diferents làmpades d'emissió, i es calcula el potencial de tall. Amb aquest procediment podem obtindre una taula de valors que relacionen la freqüència de la llum incident amb el seu potencial de tall ($e\Delta V_0$). Segons la hipòtesi d'Einstein al representar el valor del potencial de tall per la càrrega de l'electró en funció de la freqüència obtindríem una línia recta que correspon a l'equació:

$$e·|\Delta V_0| = h·\nu - W_{extr}$$

De manera que el valor per al qual la recta talla a l'eix d'ordenades correspon a:

$$e·|\Delta V_0| = W_{extr}$$

Einstein explica l'existència d'una longitud d'ona crítica pel fet que la transferència d'energia es realitza per la interacció d'un fotó amb un electró. I com l'energia del fotó ve donada per l'equació:

$$E_{FOTÓ} = h·\nu_o = h·\frac{c}{\lambda_o}$$

ha d'existir un valor de la longitud d'ona crítica. Per a valors superiors a eixa longitud de ona crítica els fotons no tenen prou energia per a arrancar electrons del metall, que precisen per a "eixir" superar el treball d'extracció.

P10. a) L'energia cinètica màxima dels electrons emesos per una cèl·lula fotoelèctrica es calcula experimentalment al determinar el potencial de tall:

$$Ec_{,màxima} = e \cdot \Delta V_0$$

b) Els electrons estan lligats al metall amb diferents energies; per això els electrons menys lligats (més fàcils d'arrancar) adquireixen més energia cinètica que els més retinguts.

P11. a) El treball d'extracció del metall determina la longitud d'ona llindar. Ja que el treball d'extracció del cesi és: $3{,}424 \cdot 10^{-19}$ J

y l'energia que proporcionen els fotons correspon a l'equació:

$$E_{FOTÓ} = h \cdot \nu_o = h \cdot \frac{c}{\lambda_o} \qquad \text{per tant } \lambda_0 = 580{,}5 \text{ nm}$$

Perquè es produïsca l'efecte fotoelèctric la longitud d'ona de la llum incident (λ) ha de verificar la condició: $\lambda \lneq \lambda_0$; en aquest cas, només pot produir l'efecte la radiació de 500 nm.

b) Partint de la hipòtesi, més favorable, que tota la energia del fotó es transfereix a un únic electró, establim per mitjà d'un balanç d'energia la relació:

Energia del fotó = We + Energia cinètica màxima

En aquest cas l'energia del fotó incident és:

$$E_{FOTÓ} = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 3{,}97 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

En conseqüència, l'energia cinètica màxima és:

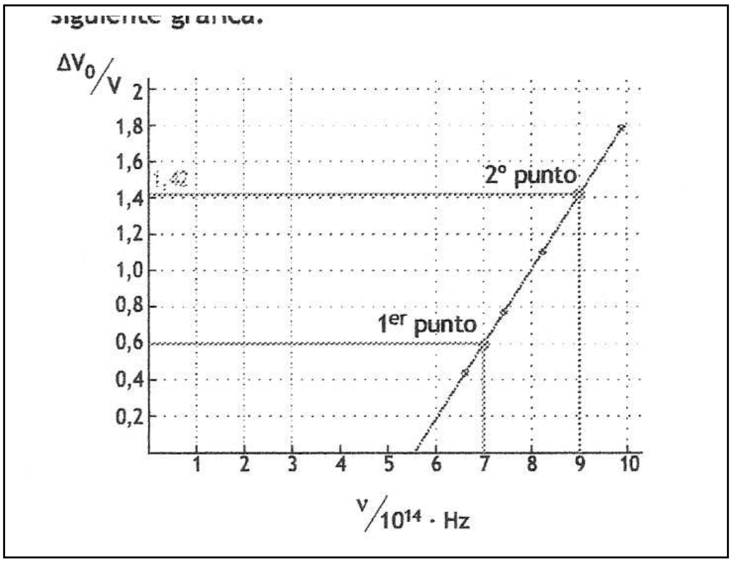
$$Ec_{,màxima} = 3{,}9756 \cdot 10^{-19} - 3{,}424 \cdot 10^{-19} = 5{,}52 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

Per a calcular la rapidesa de l'electró partirem de les hipòtesi que inicialment està en repòs i la seua rapidesa és molt inferior a la de la llum. Per això, l'energia cinètica de l'electró ve establida per l'equació:

$Ec = ½ \cdot m \cdot v^2 = 5{,}52 \cdot 10^{-20}$ J ; per tant la velocitat serà $v = 3{,}48 \cdot 10^5$ m/s

P12. $\lambda_o = 290{,}27$ nm ; $\Delta V_0 = 1{,}93$ V.

P13. a) Al representar el potencial de frenada en funció de la freqüència de la radiació incident, obtenim la següent gràfica:



Càlcul pendent:

$\nu_1 = 7 \cdot 10^{14}$ Hz $\Delta V_1 = 0{,}6$ V

$\nu_2 = 9 \cdot 10^{14}$ Hz $\Delta V_2 = 1{,}42$ V

$$\text{pendent} = \frac{1{,}42 - 0{,}6}{9 \cdot 10^{14} - 7 \cdot 10^{14}} = 4{,}13 \cdot 10^{-15} \text{ V / Hz}$$

b) L'existència d'una diferència de potencial (ΔV_0, potencial de tall) a partir de la qual cessa el corrent s'interpreta, des del punt de vista quàntic, com que el treball del camp elèctric ($e \cdot \Delta V_0$) aconsegueix detindre tots els electrons, inclosos els de major energia cinètica.

En conseqüència:

$$e\,\Delta V_0 = h \cdot (\nu - \nu_o)$$

Per això al representar ΔV_0 enfront de ν s'obté una relació lineal que ha de verificar l'equació:

$$\Delta V_0 = (h/e)\ (\nu - \nu_o)$$

c) El valor de la constant de Planck s'obté a partir del pendent de la recta què és h/e

El valor de h ha de ser:

$$h = e \cdot 4{,}13 \cdot 10^{-15}\ J \cdot s = 6{,}608 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s,$$

valor que suposa un error relatiu del 0,27%

Per a conèixer la naturalesa del metall calculem la freqüència llindar, que correspon al valor de la freqüència quan ΔV_0 és zero (punt en què la recta curta el eix d'abscisses). En aquest cas, a partir de la gràfica s'estableix: $\nu_o = 5{,}55 \cdot 10^{-14}$ Hz.

El treball d'extracció és:

$$We = h \cdot \nu_o$$

$$We = 6{,}608\ \ 10^{-34}\ Js \cdot 5{,}55 \cdot 10^{14}\ Hz = 3{,}67 \cdot 10^{-19}\ J = 2{,}29\ eV$$

Comparant el valor amb els de la taula establim que el metall és potassi.

P14. λ = 382,23 nm.

P15. a) Segons el problema quan sobre el metall incideix una radiació de longitud d'ona de λ= 280 nm

$$\nu = \frac{3 \cdot 10^8\ m/s}{280 \cdot 10^{-9}\ m} = 1{,}071 \cdot 10^{15}\ Hz$$

el potencial de tall és ΔV_0 = 1,3 V.

Aplicant la relació:

e ΔVo = h ($\nu - \nu_o$) = hν - We ,   calcularem We: We = hν - e ΔVo

$$We = 7{,}1 \cdot 10^{-19}\ J - 2{,}08 \cdot 10^{-19}\ J = 5{,}019 \cdot 10^{-19}\ J$$

La freqüència llindar es calcula a partir del treball de extracció:

$$We = h \cdot \nu_o\ ;\ \nu_o = 7{,}57 \cdot 10^{14}\ Hz$$

P16. ν_o = 4,6·10^{14} Hz;   h/e = 4,1·10^{-15} J·s/ C ; h = 6,56 · 10^{-34} J·s

P17. ν = 4,105·10^{15} Hz;   WeA = 9 eV

P18. Tres aspectes:

A) *Definir el fenomen*. Fenomen pel qual la radiació molt energètica (R X o rajos γ, amb longitud d'ona λ molt xicoteta), interacciona amb materials que contenen electrons dèbilment lligats, com la parafina o el grafit, originant a més de la difracció de la radiació incident (λ), la dispersió d'una nova radiació *la longitud d'ona de la qual (λ') és major que la incident.*

Experimentalment es comprova que la relació entre la radiació originada per la interacció i la dispersada verifiquen la llei:

$$\lambda' - \lambda = 2{,}423 \cdot 10^{-12}\ m\ (1 - \cos\theta)$$

sent θ l'angle entre les direccions de la radiació dispersada i incident.

B) *Ressaltar la impossibilitat d'explicar el fenomen amb la teoria ondulatòria*, la qual cosa dóna lloc a què aquest fenomen siga problemàtic i per això se li denomina efecte.

Clàssicament, cal esperar que la radiació es difracte a l'interaccionar amb la matèria, i per això la longitud d'ona de la radiació incident no ha de variar.

C) *Justificar el fenomen amb la teoria corpuscular d'Einstein.*
L'efecte Compton es pot interpretar com un *xoc entre el fotó incident i l'electró; aqu*est electró es pot considerar inicialment en repòs perquè la seua energia cinètica d'agitació és molt de menor que la dels fotons incidents. El fotó, al xocar amb l'electró, intercanvia amb aquesta quantitat de moviment i energia; i en conseqüència disminueix l'energia del fotó (perquè augmenta l'energia cinètica de l'electró) i per tant també disminueix la freqüència i *augmenta la longitud d'ona del fotó dispersat.*
El fenomen Compton no és observable amb radiació visible com una conseqüència del valor tan xicotet del factor $2{,}423\cdot10^{-12}$ m, que correspon al canvi de longitud d'ona de la radiació per a un angle de dispersió del feix de 90º. A la vista de tan xicotet valor, es dedueix que l'efecte Compton només serà observable utilitzant radiació de molt baixa longitud d'ona, o siga de molt alta energia, com correspon als rajos X o els rajos γ.

P19. La transferència d'energia és màxima quan la variació entre la longitud d'ona dispersada i incident siga major, efecte que ha de produir-se quan la direcció de la radiació dispersada posseeix un angle de 180º respecte a la incident (θ= 180º). En aquest cas: $\lambda' - \lambda = 2{,}423\cdot10^{-12}$ m (1 - cos 180º)
Per tant $\Delta\lambda = 2\cdot\lambda_0$. La variació relativa de la radiació és:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{\text{INCIDENT}}} = \frac{2\cdot\lambda_o}{\lambda_{\text{INCIDENT}}}$$

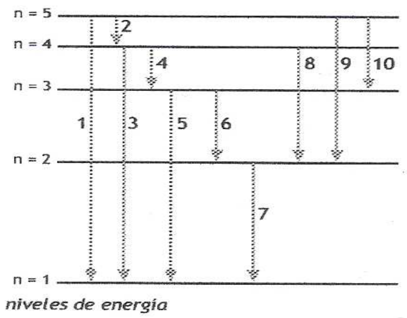
Als RX amb λ= 175,66 pm li correspon una variació relativa de 2,76% i per a llum ultraviolada de λ= 100 nm una variació del $4{,}8\cdot10^{-3}$ %. Resultat que evidència que per a que la variació siga apreciable la radiació ha de ser de longitud d'ona molt xicoteta.

P20. Segons el model de Bohr quan proporcionem energia (procés d'excitació) a una mostra d'hidrogen, constituïda per molts àtoms amb un sol electró en el seu estat fonamental (n=1), s'originen transicions electròniques a nivells energètics superiors (n>1), augmentant, en conseqüència, el radi i l'estat energètic per a cadascun dels àtoms de la mostra. Posteriorment, cada àtom independentment evoluciona espontàniament fins a l'estat de màxima estabilitat, primer nivell (n = 1).

Per a això, l'electró excitat realitza transicions, en una etapa o en diverses, entre els distints estats estacionaris intermedis possibles. A cada transició li correspon un tipus de radiació simple, que s'associa a una ratlla espectral.

Com els possibles estats energètics de l'àtom estan quantificats només podran emetre's cert tipus de radiacions, amb determinades freqüències. Les distintes ratlles observades corresponen a bots electrònics entre els possibles estats estacionaris; al ser diversos estos estats, encara que limitats, això dóna lloc a una multiplicitat de ratlles.

P21. En el cas de promocionar l'electró al nivell 5, hi ha cinc nivells d'energia possible. Seran possibles 10 transicions a nivells inferiors, tal com representem en la figura.



Per a calcular la longitud d'ona, corresponent a una transició entre dos nivells, apliquem la hipòtesi de Bohr:

$$E_{FOTÓ} = \Delta E_{TRANSICIÓ} = h\cdot\frac{c}{\lambda} \text{ i aïllant } \lambda = \frac{h\cdot c}{\Delta E_{TRANSICIÓ}} =$$

P22. La situació més favorable del procés d'excitació correspon que tota l'energia del fotó es transferisca a un sol àtom. Ja que l'energia absorbida s'utilitza a promoure a l'electró de l'àtom des del nivell 1 (estat fonamental) a un nivell superior n, podem establir la relació:

$$\Delta E_{absorbida} = \Delta E_{transició}$$

L'energia dels distints estats estacionaris de l'àtom d'hidrogen, segons Bohr, és proporcionada per l'equació:

$$E_n = \frac{-2{,}176\cdot 10^{-18}}{n^2}$$

Ja que la transició es produeix des de l'estat fonamental, n = 1, a un estat n > 1, plantegem la igualtat:

$$2{,}087\cdot 10^{-18} = \Delta E = E_n - E_1 = \frac{-2{,}176\cdot 10^{-18}}{n^2} - \left(\frac{-2{,}176\cdot 10^{-18}}{1^2}\right); \text{ n = 5}$$

En el procés d'emissió, la radiació amb major longitud d'ona correspon al bot energètic més xicotet.
En aquest cas entre n = 5 i n = 4. Per això, l'energia del fotó correspon a:

$$E_{FOTÓ,menysenergètic} = \frac{-2{,}176\cdot 10^{-18}}{4^2} - \left(\frac{-2{,}176\cdot 10^{-18}}{5^2}\right) = 4{,}896\cdot 10^{-20} \text{ J}$$

La longitud d'ona associada a eta radiació és:

$$\lambda = h\cdot\frac{c}{E_{FOTÓ}} = 4{,}06\cdot 10^{-6} \text{ m}$$

En cas de menor longitud d'ona correspon al bot més energètic, és a dir del nivell 5 a l'1. Aquest cas correspon a λ= 95,246 nm.

P23. a) La longitud d'ona de De Broglie es calcula per l'equació: $\lambda = \frac{h}{p}$

Per tant, el seu valor depèn de la quantitat de moviment de la partícula definida respecte a un sistema de referència. Admetent que v << c, la quantitat de moviment es calcula per la fórmula: p = m·v. És a dir, la quantitat de moviment depèn de la massa i de la velocitat, per això partícules distintes amb velocitats diferents poden posseir associades la mateixa longitud d'ona. Per a això, ha de verificar-se:

$$m_1\cdot v_1 = m_2\cdot v_2$$

b) Per a relacionar la longitud d'ona de De Broglie amb la energia cinètica hem d'expressar p en funció d'Ec . Suposant que v << c, l'energia cinètica es determina per l'equació:

$$E_C = \tfrac{1}{2} mv^2 = \tfrac{1}{2}\frac{m^2v^2}{m} = \frac{p^2}{2\cdot m}; \quad p = \sqrt{2\cdot m\cdot E_C}$$

I la longitud d'ona associada segons l'equació de De Broglie és: $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2\cdot m\cdot E_C}}$

Per a relacionar dos longituds d'ona de l'electró amb distintes energies cinètiques usarem de nexe la constant h, establint:

$$h = \lambda_1 \cdot \sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_{C1}} = \lambda_2 \cdot \sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_{C2}} \text{ per tant } \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \sqrt{\frac{E_{C2}}{E_{C1}}} = 2$$

P24. a) Segons l'enunciat la freqüència llindar del metall és $8{,}5 \cdot 10^{14}$ Hz i la freqüència de la llum incident és $1{,}3 \cdot 10^{15}$ Hz. En conseqüència, l'energia cinètica màxima és:
Ec, màxima = h $(\nu - \nu_o)$ = = $6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot (1{,}3 \cdot 10^{15} - 8{,}5 \cdot 10^{14})$ J = $2{,}9817 \cdot 10^{-19}$ J que expressant-la en eV és: 1,863 eV
b) Per a calcular la longitud d'ona associada hem de calcular la seua quantitat de moviment. Suposant que v << c, l'energia cinètica es determina per l'equació:

$$E_C = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \frac{m^2 v^2}{m} = \frac{p^2}{2 \cdot m}; \quad p = \sqrt{2 \cdot m \cdot E_C} = 7{,}37 \cdot 10^{-25} \text{ kg m/s}$$

La longitud d'ona de De Broglie; s'obté per l'equació: $\lambda = \frac{h}{p} = 9 \cdot 10^{-10}$ m

P25. a) Podem relacionar la longitud d'ona de l'electró (λe) i el protó (λp) amb el mateix valor de la rapidesa (v): h = λ p

$$\lambda e \cdot (me \cdot v) = \lambda p \cdot (mp \cdot v) = h$$

la proporció és: $\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \frac{m_p}{m_e} = 1835{,}16$

b) Per a relacionar dos longituds d'ona amb les energies cinètiques usarem de nexe la constant h, establint:

$$h = \lambda_e \cdot \sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_C} = \lambda_p \cdot \sqrt{2 \cdot m_p \cdot E_C}$$

La relació entre les longituds d'ona és: $\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = \sqrt{\frac{m_p}{m_e}}$ 0 42,84

c) En aquest cas: $\lambda_e \cdot p = \lambda_p \cdot p = h$ per tant, $\frac{\lambda_e}{\lambda_p} = 1$

P26. p = $5{,}02 \cdot 10^{-23}$ kg·m/s; Ec = $7{,}54 \cdot 10^{-19}$ J; ΔV = 4,715 V

P27. a) Suposant que l'energia transferida pel camp elèctric s'use per a proporcionar energia cinètica als electrons, inicialment en repòs, establim:

$$Ec = e \cdot \Delta V = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 20 \cdot 10^3 \text{ V} = 3{,}2 \cdot 10^{-15} \text{ J}$$

La quantitat de moviment corresponent és: $p = \sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_C} = 7{,}63 \cdot 10^{-23}$ kg·m/s

La longitud d'ona de De Broglie per als electrons, s'obté per l'equació: $\lambda = \frac{h}{p} = 8{,}7 \cdot 10^{-12}$ m

La longitud d'ona dels fotons de RX amb idèntica energia que els electrons accelerats ($E_{fotó} = 3{,}2 \cdot 10^{-15}$ J), s'obté a partir de l'equació: $E = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda}$ per tant aïllant

$$\lambda_{RX} = h \cdot \frac{c}{E_{FOTÓ}} = 6{,}21 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

b) En primer lloc deduïm la relació entre les quantitats de moviment:

$$\lambda \cdot p_e = \lambda \cdot p_p = h$$

És a dir, posseeixen la mateixa quantitat de moviment. I, ja que l'energia cinètica i la quantitat de moviment estan relacionats per l'equació:

$$E_C = \frac{p^2}{2 \cdot m}$$

Establim:

$$p^2 = 2 \cdot Ec_e \cdot m_e = 2 \cdot Ec_n \cdot m_n$$

i la relació entre les energies cinètiques és:

$$\frac{E_{Ce}}{E_{Cn}} = \frac{m_n}{m_e} = 1868{,}13$$

P28. El principi d'incertesa pot enunciar-se com:
"No es poden determinar simultàniament amb precisió absoluta la posició i el moment lineal d'una partícula"
Aquest principi afirma la impossibilitat de determinar simultàniament i amb una precisió absoluta la posició i la quantitat de moviment d'una partícula. El principi és una conseqüència de la dualitat ona-corpuscle de la matèria i implica la deslocalització de les partícules a escala atòmica. L'expressió matemàtica del principi correspon a l'equació:

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{h}{2 \cdot \pi}$$

que s'interpreta com que la precisió d'una de les magnituds, per exemple la posició Δx , comporta una gran imprecisió en l'altra magnitud, en aquest cas Δp.

P29. En aquest cas la relació d'incertesa correspon a l'equació:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2 \cdot \pi} \; ; \; h \cdot \Delta \nu \geq \frac{h}{2 \cdot \pi \cdot \Delta t} \quad ; \quad \Delta \nu \geq \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \Delta t} = 1{,}59 \cdot 10^8 \text{ Hz}$$

P30. En aquest cas a l'aplicar el principi de Heisenberg a l'eix X:

$$\Delta p \cdot \Delta x \geq \frac{h}{2 \cdot \pi}$$

Per a determinar la imprecisió de la quantitat de moviment utilitzem la imprecisió de la velocitat, ja que la massa es considera determinada amb una imprecisió molt baixa:

$$\Delta p = m \cdot \Delta v = 1 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot 10^{-3} \text{ m/s} = 10^{-9} \text{ kg m/s}$$

I substituint en l'equació matemàtica de Heisenberg:

$$\Delta x \geq \frac{h}{2 \cdot \pi \cdot \Delta p} = 1{,}054 \cdot 10^{-25} \text{ m}$$

imprecisió que és irrellevant per a les dimensions de la partícula.
En el cas de tractar-se d'un electró la imprecisió en la quantitat de moviment és:

$$\Delta p = m \cdot \Delta v = 9{,}1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 10^{-3} \text{ m/s} = 9{,}1 \cdot 10^{-34} \text{ kg m/s}$$

que dóna lloc a una imprecisió en la seua posició de:

$$\Delta x \geq \frac{h}{2 \cdot \pi \cdot \Delta p} = 0{,}12 \text{ m}$$

En aquest cas la imprecisió és molt important, i implica la deslocalització de l'electró.