Tema 4 GRAVITACIÓ I ELECTRICITAT

P1. Per a comprovar la validesa de la tercera llei de Kepler obtindrem el valor de la constant, prenent de referència els satèl·lits Io i Europa:

T_{Io} = 42,467 h; $R_{Io} = 4,19 \cdot 10^5$ km T_{Europa} = 85,217 h; $R_{Europa} = 6,67 \cdot 10^5$ km

$$\frac{T^2}{R^3} = K$$

Amb això prenem com a valor de la constant: $K=2,45\cdot10^{-14}\ h^2/km^3$

• Obtenció del període de Ganimedes:

$$T = \sqrt{K\cdot R^3} = 171,8 \text{ h}$$

• Obtenció del ràdio de l'òrbita de Calisto:

$$R = \sqrt[3]{\frac{T^2}{K}} = 1,87\cdot10^6 \text{ km}$$

P2. El semieix major de l'el·lipse es calcula a partir de r_{per} i r_{afe}:

$$a = \frac{r_p + r_a}{2} = 2,674\cdot10^{12} \text{ m}$$

Per a trobar el període del cometa, apliquem la 3a llei de Kepler a la Terra i a l'Halley donat que els dos orbiten al Sol:

$$\frac{T^2_{Terra}}{R^3_{Terra}} = \frac{T^2_{Halley}}{R^3_{Halley}}; \quad T_H = \left(\frac{T^2_{Terra}}{R^3_{Terra}} R^3_{Halley}\right)^{1/2} = 75,5 \text{ any}$$

P3. Per a obtindre el període sol·licitat hem d'aplicar la tercera llei de Kepler a l'asteroide, prenent de referència la Terra (T_{Terra} = 1 any; r_{Terra} = 1 UA). Lloc, que el radi mig de l'òrbita de l'asteroide coincideix amb el valor del semieix major, prèviament obtindrem el seu valor:

$$a = \frac{r_p + r_a}{2} = 3,06 \text{ UA}$$

Aplicant la tercera llei de Kepler al sistema Sol, Terra i asteroide (AST):

$$\frac{T^2_{Terra}}{R^3_{Terra}} = \frac{T^2_{Ast}}{R^3_{Ast}}; \quad T_{Ast} = \left(\frac{T^2_{Terra}}{R^3_{Terra}} R^3_{Ast}\right)^{1/2} = 5,35 \text{anys}$$

Podem comprovar que l'asteroide es trobarà entre Mart i Júpiter ja que:

T_{Mart} (1,8 anys) < T_{Ast} < $T_{Júpiter}$ (11,86 anys)

P5. El radi de l'òrbita del satèl·lit és:

$R = R_T + h = (6371 + 670)\cdot10^3$ km= $7,041\cdot10^6$ m, aplicant la llei de Newton:

$$F_{S-T} = F_{T-S} = G\frac{M_T\cdot m_S}{r^2} = 6,67\cdot10^{-11}\frac{6\cdot10^{24}\cdot2000}{\left(7,041\cdot10^6\right)^2} = 16000\text{N}$$

P6. La Lluna posseeix dos moviments superposats, el de rotació al voltant de la Terra, conseqüència de la seua interacció amb la Terra, i el de translació al voltant del Sol degut a la interacció Lluna – Sol.

P7. a) Apliquem la 3a llei de Kepler a la Terra i a Júpiter:

$\frac{T_{Terra}^2}{R_{Terra}^3} = \frac{T_{Jup}^2}{R_{Jup}^3}$ aleshores $\frac{R_{Jup}}{R_{Terra}} = \left[\frac{T_{Jup}}{T_{Terra}}\right]^{2/3} = 12^{2/3}$ =5,24

b) L'acceleració normal es pot expressar en funció del període i del radi així:

$a_N = \varpi^2 \cdot R = (\frac{2\pi}{T})^2 \cdot R$ La raó entre les acceleracions és: $\frac{a_{N,J}}{a_{N,T}} = \frac{R_J \cdot T_T^2}{R_T \cdot T_J^2} = 0{,}0364$

P8. a) Suposada òrbita circular, $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi 6{,}7 \cdot 10^8}{306780} = 1{,}37 \cdot 10^4 \, m/s$

b) A partir de la relació de la llei de gravitació amb la 3a llei de Kepler

$$F_G = G \cdot \frac{M_J \cdot m_E}{R_{E-J}^{\ 2}} = m_E \cdot a_N = m_E \cdot \frac{v^2}{R} = m_E \cdot \frac{\varpi^2 \cdot R^2}{R} = m_E \cdot \varpi^2 \cdot R = m_E \cdot \frac{(2\pi)^2}{T_E^{\ 2}} \cdot R$$

$$\frac{T_E^{\ 2}}{R_{E-J}^{\ 3}} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_J} \quad \text{aïllant } M_J = \frac{4\pi^2 \cdot R_{E-J}^{\ 3}}{T_E^{\ 2} \cdot G} = 1{,}89 \cdot 10^{27} \, kg$$

P9. a)Si considerem com a sistema aïllat el Sol i la Terra, no considerant l'acció d'altres astres, i realitzant un estudi dinàmic plantejarem l'equació:

$$F_G = G \cdot \frac{M_S \cdot m_T}{R_{S-T}^2} = m_T \cdot a_N = m_T \cdot \frac{v^2}{R_{S-T}} = m_T \cdot \frac{\varpi^2 \cdot R_{S-T}^{\ 2}}{R_{S-T}} = m_T \cdot \varpi^2 \cdot R_{S-T} = m_T \cdot \frac{(2\pi)^2}{T_T^{\ 2}} \cdot R_{S-T}$$

Aïllant la massa del Sol: $M_S = \frac{4 \cdot \pi^2}{G} \cdot \frac{R_{S-T}^3}{T_T^2} = 2 \cdot 10^{30}$ kg

P10. Igual que l'anterior.

P11. A partir de la constant de la 3a llei de Kepler, $\frac{T_E^{\ 2}}{R_E^{\ 3}} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T}$

aïllem el període de rotació: $T_E = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot R_E^{\ 3}}{G \cdot M_T}} = 5543 s = 1{,}54 h$

En 24 h, el nombre d'albes que es veuen són: 24 h/1,54 h = 15,58, o siga 15 albes.

P13. La condició imposada és que $g = g_0/2$, sent $g = g_0 (R_T/r)^2$ i $r = R_T + h$.

Per tant $\frac{R_T}{R_T + h} = \sqrt{\frac{1}{2}}$ aïllant $h = (\sqrt{2} - 1) R_T$

P14. El pes del cos en la superfície de la nova Terra ve determinat per l'equació:

$$P = 70 \text{ kg} \cdot g_{nova}$$

Per a calcular la g_{nova} aplicarem l'expressió: $g_{nova} = G \frac{M_{nova}}{R_{nou}^2}$

$M_{nova} = d_T \cdot V_{nou} = \frac{M_T}{V_T} \cdot V_{nou} = \frac{M_T}{4/3 \cdot \pi \cdot R_T^3} \cdot 4/3 \cdot \pi \cdot R_{nou}^3 = M_T \cdot \frac{R_{nou}^3}{R_T^3} = M_T \frac{(2 \cdot R_T)^3}{R_T^3} = 8 \cdot M_T$

$g_{nova} = G \frac{M_{nova}}{R_{nou}^2} = G \frac{8 \cdot M_T}{(2 \cdot R_T)^2} = 2 \cdot G \frac{M_T}{R_T} = 2 \cdot g_0 = 19{,}6 \, N/kg$ Per tant P = 70·19,6 =1372N

P16. Per a obtindre el pes de l'astronauta en Júpiter tindrem en compte la constància de la massa de l'astronauta en ambdós planetes, i per això es verifica: $\frac{P_T}{g_T} = \frac{P_J}{g_J}$

$P_J = \frac{P_T \cdot g_J}{g_T}$ donat que podem expressar g_J en funció de g_T $g_J = G\frac{318M_T}{(11R_T)^2} = 2{,}628 \cdot g_T$

$$P_J = \frac{P_T \cdot g_J}{g_T} = \frac{980 \cdot 2{,}628 \cdot g_T}{g_T} = 2575{,}54\text{N}$$

P20. $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{K}{\sqrt{g}}$ per tant la relació entre els períodes entre dos punts diferents en la Terra vindrà donada per

$$\frac{T_o}{T} = \sqrt{\frac{g}{g_o}} = \sqrt{\frac{G\frac{M_T}{(R_T+h)^2}}{G\frac{M_T}{R_T{}^2}}} = \frac{R_T}{R_T+h} \qquad h = R_T(\frac{T}{T_o} - 1) = 6400\text{m}$$

P25. a) Per a calcular la intensitat del camp gravitatori en el centre plantegem l'equació:

$$\vec{g}_p = \vec{g}_{1p} + \vec{g}_{2p} + \vec{g}_{3p} + \vec{g}_{4p}$$

Ja que les masses són iguals i la distància al centre de cada una d'elles és la mateixa es compleix com a conseqüència de la simetria del sistema les masses oposades donen lloc a vectors que s'anul·len en el centre, $\vec{g}_p = 0$

b) El valor de la força experimentada per cada partícula és el mateix en cada una d'elles, per la simetria del sistema, pel que obtindrem el valor d'una d'elles, per exemple la massa 3. Per a això realitzem els següents passos:

• Càlcul dels mòduls dels vectors intensitat en el punt d'ubicació de la massa 3:

• Càlcul del vector intensitat del camp gravitatori en el punt 3, pres de referència per a un sistema cartesià d'origen en tal punt:

P26. a) El càlcul del vector intensitat de camp es realitza calculant $\vec{g} = -G\frac{M}{r^3} \cdot \vec{r}$

per a cada massa en el punt indicat. El principi de superposició ens diu que

$$\vec{g}_{RESULTANT} = \vec{g}_1 + \vec{g}_2 + \vec{g}_3 = 2{,}26 \cdot 10^{-10}\ ((\vec{i} + \vec{j}))\ \text{N/kg}$$

Al ser el potencial una magnitud escalar, el seu càlcul és més senzill (V = -Gm/r):

$$V_{Resultant} = V_1 + V_2 + V_3 = -9{,}03 \cdot 10^{-10}\ \text{J/kg}$$

b) Si el trasllat es realitza sense variar l'energia cinètica, tal treball equival a la variació d'Ep canviada de signe:

$$-W_{ext} = W_{Camp} = -\Delta Ep = -(Ep - Ep_\infty) = -Ep = -V_{centre}\ m$$

Calculem V_{centre}, produït per tres masses de 10 kg situades a $\sqrt{2}$ m del centre:

$$V_{centre} = V_1 + V_2 + V_3 = -1{,}41 \cdot 10^{-9}\ \text{J/kg} \ ; \qquad W = 1{,}41 \cdot 10^{-9} \cdot \text{J}$$

P27. V = 2114 m/s

P28. W = $4{,}69\cdot10^{10}$ J

P29. Com es conserva el moment cinètic o angular, igualem el seu valor en el periheli amb el valor en l'afeli:

$L_{AFELI} = L_{PERIHELI}$ $\qquad m_A\cdot v_A\cdot r_A = m_P\cdot v_P\cdot r_P$

$$\frac{r_A}{r_P} = \frac{V_P}{v_A} = 100; \text{ aleshores } \quad v_P = 100\cdot v_A$$

P30. Al menysprear els fregaments, es conserva l'energia mecànica del sistema; per tant:

$$\mathbf{W_{EXT} = \Delta Ec + \Delta Ep = 0 \qquad (Ec + Ep)_1 = (Ec + Ep)_2}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \left(-\frac{GM_Tm}{R_1}\right) = \frac{1}{2}mv_2^2 + \left(-\frac{GM_Tm}{R_2}\right)$$

$$+\frac{GM_T}{R_2} - \frac{GM_T}{R_1} = \frac{1}{2}v_2^2; \qquad v_2 = \sqrt{2\cdot GM_T\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)}$$

donat que no ens donen com a dades ni G ni M_T anem a expressar aquest producte d'altra forma ja que sabem que $g_0 = \frac{G\cdot M_T}{R_T^2}$; $\quad G\cdot M_T = g_0\cdot R_T^2$, per tant

$$v_2 = \sqrt{2\cdot g_0\cdot R_T^2\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right)} = 3015\text{m/s}$$

P31. . V = 1703 m/s

P32. Com es conserva el moment cinètic o angular, igualem el seu valor en el periheli amb el valor en l'afeli:

$L_{AFELI} = L_{PERIHELI}$ $\qquad m_A\cdot v_A\cdot r_A = m_P\cdot v_P\cdot r_P$

$$\frac{r_A}{r_P} = \frac{v_P}{v_A}$$

i ja que $R_a > R_P$ s'acompleix $v_a < v_P$.

En l'afeli i el periheli el planeta només posseeix acceleració normal ($a_N = v^2/r$), i per això

$$a_{N,\,A} < a_{N,\,P}$$

b) L'energia potencial es calcula a partir de l'equació $E_P = -GMm/r$; de manera que:

$$E_{P,A} > E_{P,P}$$

D'altra banda com el camp és conservatiu l'energia mecànica del comenta és constant.

P34. El radi de l'òrbita es pot determinar realitzant un plantejament dinàmic, de manera que: $F = G\cdot\frac{M_S\cdot m_P}{r^2} = m_p\cdot\frac{v^2}{r}$ aleshores $\quad r = G\frac{M_S}{v^2} = 5{,}256\cdot10^{10}$ m

Ja que l'òrbita és circular el període és: T = $\frac{2\pi \cdot r}{v}$ = 6,6·10^6 s

P35. T = 7158 s ; v = 1626,5 m/s

P36. a) La velocitat orbital és: . $v = \sqrt{G\frac{M}{r}}$

Aplicant l'equació a cada satèl·lit i dividint les equacions obtingudes, tenim:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{G\frac{M}{r_1}}}{\sqrt{G\frac{M}{r_2}}} = \sqrt{\frac{r_2}{r_1}} = 1{,}063$$

b) L'equació del període es pot expressar en funció del ràdio de l'òrbita: T = cte·r$^{3/2}$
Aplicant l'equació a cada satèl·lit i dividint les equacions obtingudes, tenim:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{cte \cdot r_1^{3/2}}{cte \cdot r_2^{3/2}} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^{3/2} = 0{,}833$$

c) L'interval de temps és: $\Delta t = 6\ T_1 = n\ T_2$, sent n el núm. de voltes del satèl·lit 2; aïllem n tenint en compte que T_1/T_2 = 0,833:

$$n = 6\frac{T_1}{T_2} = 5 \text{ voltes}$$

P37. L'equació del període és: T = $\sqrt{\frac{4\cdot\pi^2}{GM}\cdot r^3}$

Aplicant l'equació a ambdós satèl·lits i igualant, al ser $T_{Mart} = T_{Terra}$, obtenim:

$$\sqrt{\frac{4\cdot\pi^2}{GM_{Mart}}\cdot r_{Mart}^{\ 3}} = \sqrt{\frac{4\cdot\pi^2}{GM_{Terra}}\cdot r_{Terra}^{\ 3}}$$

$$\frac{r_M}{r_T} = \left(\frac{M_M}{M_T}\right)^{1/3} = 0{,}48$$

P38. La rapidesa orbital es calcula a partir de la fórmula: $v_{orb} = \sqrt{G\frac{M_T}{r}}$ donat que

$G \cdot M_T = g_o \cdot R_T^2$; $v_{orb} = \sqrt{g_o \frac{R_T^{\ 2}}{2R_T}}$ = 5590 m/s

P39. a) Evidentment, en el pol no hi ha velocitat de gir; esta és màxima en l'equador:

$$V_{Eq} = \omega \cdot r_T = \frac{2\cdot\pi}{T}\cdot R_T = 463{,}8 \text{ m/s}$$

b) El punt de llançament més favorable és el de menor latitud, Kourou, on la velocitat addicional és 461,6 m/s, lleugerament menor que la de l'equador.

P40. L'energia cinètica es calcula a partir de l'equació

$$E_C = ½\, m\cdot v_{orb}^2 = ½\cdot m\cdot G\frac{M_T}{r} = 3{,}035\cdot 10^{10}\ J$$

Per a calcular l'energia potencial usem l'equació; $E_P = -G\frac{M_T\cdot m}{r} = -6{,}07\cdot 10^{10}$ J

I per tant l'energia mecànica del satèl·lit és: Em = Ec + Ep = – $3{,}035\cdot 10^{10}$ J

El signe negatiu de l'energia mecànica ha d'interpretar-se com que el satèl·lit es troba atrapat pel camp gravitatori terrestre, i per això la seua òrbita és tancada al voltant de la Terra.

P41. a) Per a determinar l'altura del satèl·lit hem de calcular el radi de l'òrbita a partir del període del satèl·lit. El estudi dinàmic del moviment del satèl·lit, suposant una òrbita circular on v = 2π/T, ens permet establir la relació

$$F = G\cdot\frac{M_T\cdot m}{r^2} = m\cdot\frac{v^2}{r} = m\cdot\frac{\left(2\cdot\pi\cdot r/T\right)^2}{r} \quad \text{aïllant } r = T\cdot\sqrt[3]{\left(\frac{G\cdot M_T}{4\cdot\pi^2}\right)} = 6{,}654\cdot 10^6\ m$$

$$h = r - R_T = 2{,}84\cdot 10^5\ m.$$

A dita altura, la rapidesa del satèl·lit en òrbita circular és:

$$v = \frac{2\pi\cdot r}{T} = 7742{,}28\ m/s$$

b) Per a calcular l'energia transferida al satèl·lit per a posar-ho en òrbita realitzem un balanç d'energia. L'energia del satèl·lit abans del llançament és:

$$E_{M1} = E_{C1} + E_{P1} = 0 + -G\frac{M_T\cdot m}{R_T}$$

$$E_{M2} = E_{C2} + E_{P2} = ½\cdot m\cdot v_o^2 + -G\frac{M_T\cdot m}{r} = -½\cdot G\frac{M_T\cdot m}{r}$$

Per tant l'energia transferida és: $W_{ext} = \Delta E_M = 6{,}527\cdot 10^{10}$ J

P42. $W_{ext} = \Delta E_M = 3{,}41\cdot 10^9$ J

P43. $W_{ext} = \Delta E_M = 5\cdot 10^8$ J

P44. a) L'equació del període de rotació és:

$$T = \sqrt{\frac{4\cdot\pi^2}{GM}\cdot r^3} = 5530{,}8\ s = 92{,}2\ min$$

La rapidesa amb què gira en la seua òrbita és: $v_{orb} = \sqrt{G\frac{M_T}{r}}$ =7681,2 m/s

b) L'energia necessària s'ha d'emprar en augmentar la seua energia total:

$$E_M = E_C + E_P = ½\cdot m\cdot v_o^2 + -G\frac{M_T\cdot m}{r} = -½\cdot G\frac{M_T\cdot m}{r}$$

$$E_{M1} = -½\cdot G\frac{M_T\cdot m}{r_1} = -1{,}224\cdot 10^{13}\ J;\quad E_{M2} = -½\cdot G\frac{M_T\cdot m}{r_2} = -1{,}157\cdot 10^{13}\ J$$

I la variació de l'energia total, obtinguda a expenses d'un treball extern, és:

$$\Delta E = E_{M2} - E_{M1} = -1{,}157\cdot 10^{13}\ J + 1{,}224\cdot 10^{13}\ J = 6{,}7\cdot 10^{11}\ J.$$

P45. a) Com sabem, el moment angular es manté constant.

b) Per a relacionar les energies cinètiques en l'afeli i el periheli, obtindrem en primer lloc el quocient va/vp, que es pot deduir de la conservació del moment cinètic:

m ra va = m rp vp, amb ra/rp = 5/3.

va/vp = rp/ra = 3/5.

Per tant:

$$\frac{E_{CA}}{E_{CB}} = \frac{1/2mv_A^2}{1/2mv_B^2} = \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

En efecte, en el punt més allunyat, l'afeli, la rapidesa és menor i per tant també és menor Ec.

c) La relació entre les energies potencials és:

$$\frac{E_{PA}}{E_{PB}} = \frac{-G\dfrac{M\cdot m}{r_A}}{-G\dfrac{M\cdot m}{r_B}} = \frac{r_B}{r_A} = \frac{3}{5}$$

P46. Per a calcular la rapidesa d'escapament de la superfície de la Lluna establim un balanç entre el coet llançat en la superfície i un punt remot (infinit), on arriba sense velocitat; per això:

Fent balanç energètic tenim?

$$W_{ext} = \Delta E_M = = E_{M2} - E_{M1} = 0 - \left(-G\frac{M_L\cdot m}{R_L}\right) = \Delta E_C = ½\ m\cdot v_{esc}^2$$

$$v_{esc} = \sqrt{2\cdot G\frac{M_L}{R_L}} = \sqrt{2\cdot g_{oL}\cdot R_L} = 2373{,}81 m/s$$

Comparant la dita rapidesa amb la del coet, comprovem que és menor la rapidesa del coet, per la qual cosa no podrà escapar de l'acció de la Lluna.

P47. La rapidesa de fuga ve determinada per l'equació:

$v_{esc} = \sqrt{2\cdot G\frac{M_T}{r}} = \sqrt{2}\cdot\sqrt{G\frac{M_T}{r}}$ i la velocitat orbital, suposada circular, per l'equació:

$v_{orb} = \sqrt{G\frac{M_L}{r}}$ per tant $v_{esc} = \sqrt{2}\cdot v_{orb}$

P48. La rapidesa d'escapament es calcula per l'expressió: $v_{esc} = \sqrt{2\cdot G\frac{M_T}{r}}$

sent r la distància del punt de llançament al centre del planeta. Si es llança des de la superfície $r = R_M$, i per tant: v_{esc} = 5 079 m/s

Mentre que si es llança des d'una altura h = 200 km, $r = R_M + h$, i per tant: v_{esc}=4 932,6m/s

P49. Primera velocitat còsmica: $v_{cos,1} = \sqrt{G\frac{M_P}{R_P}}$

Segona velocitat còsmica: $v_{cos,2} = \sqrt{2 \cdot G\frac{M_P}{R_P}}$

Planeta	**1ª velocitat còs**	**2ª velocitat còs**
Mart	3544,5 m/s	5012,7 m/s
Terra	7912,43 m/s	11190 m/s

Tema 5 CAMP ELÈCTRIC

P1. Per a plantejar el sistema d'equacions tenim en compte que la força de repulsió és quantificada per la llei de Coulomb, establint les equacions:

$$F = K\frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}; \quad 2{,}7\cdot 10^{-2} = 9\cdot 10^9 \frac{q_1 \cdot q_2}{2^2}$$ i l'altra equació és $q_1 = 2\ q_2$

La solució és $q_1 = 4{,}9\cdot 10^{-6}$ C $q_2 = 2{,}45\cdot 10^{-6}$ C

P2.i P3. Problema semblant a l'exemple 2 pag 194

Sol (P2): $q = 7{,}075\cdot 10^{-6}$ C Sol (P3): $q = 2{,}51\cdot 10^{-6}$ C

P4. Sol $\frac{F_E}{F_G} = 2{,}27\cdot 10^{39}$

P5. Problema semblant a l'exemple 1 pag 193

Sol $F_4 = (-0{,}07,\ 7{,}68)$ N

P6. Sol $E_1 = (5\cdot 10^4, 0)$ N/C i $E_2 = (-9{,}25\cdot 10^5,\ 0\ )$ N/C

P7. Problema semblant a l'exemple 1 pag 193 Sol $E_P = (4850\ ,\ 8050)$ N/C

P8. Els vectors intensitat de camp en un punt de la mediatriu del segment que les uneix, distant 5 cm són en funció de la posició relativa del punt $\vec{E} = K\frac{q}{r^3}\vec{r}$

$r_{P,1}$=(3,4) cm $E_{1,p} = 9\cdot 10^9 \frac{2\cdot 10^{-6}}{0{,}05^3}(3\cdot 10^{-2},\ 4\cdot 10^{-2})$ = (4,32, 5,76) N/C

$r_{P,2}$=(-3,4) cm $E_{2,p} = 9\cdot 10^9 \frac{-2\cdot 10^{-6}}{0{,}05^3}(-3\cdot 10^{-2},\ 4\cdot 10^{-2})$=(4,32, -5,76) N/C

per tant $E_P = E_{1,p} + E_{2,p}$ = (8,64, 0) N/C

El potencial s'obté al sumar els potencials de cada una de les càrregues en eixe punt:

$V_p = V_{1,p} + V_{2,p}$

I ja que la distància de cada càrrega al punt és la mateixa i les càrregues són iguals, però de signe oposat, s'obté:

$$V = K\frac{Q}{r}$$

$V_{1,p}$= $9{\cdot}10^9\,\frac{2{\cdot}10^{-6}}{5{\cdot}10^{-2}}$ $V_{2,p}$= $9{\cdot}10^9\,\frac{-2{\cdot}10^{-6}}{5{\cdot}10^{-2}}$ $V_p = 0V$

P9. $E = 3{,}92{\cdot}10^5$ N/C, $|-\Delta V| = 1{,}96{\cdot}10^4\,V$

P10. a) Ja que el potencial d'una esfera ve donat per l'equació:

$$V = K\frac{Q}{r}$$

el valor del potencial de cada esfera és:

$V_1 = 7{,}2{\cdot}10^6$ V; $V_2 = 4{,}5{\cdot}10^6$ V.

I per això: $V_1 - V_2 = 2{,}7{\cdot}10^6$ V

b) A l'unir ambdós esferes han de verificar-se dos condicions, que permeten establir les equacions següents:

1) Conservació de la càrrega per tant $Q'_1 + Q'_2 = 8{\cdot}10^5$ C

2) El potencials de les esferes en estar en contacte s'igualen $V_1 = V_2$

$K\frac{Q'_1}{r_1} = K\frac{Q'_2}{r_2}$ per tant tenim dos equacions amb dos incògnites Q'_1=3,1·10⁻⁵C; Q'_2=4,96·10⁻⁵C

P11. Càlcul de la càrrega inicial de l'esfera de 10 cm:

$V = K\frac{Q}{r}$; $5000 = 9{\cdot}10^9\,\frac{Q}{0{,}1}$ aïllant $Q = 5{,}5{\cdot}10^{-8}$ C

Després d'establir el contacte elèctric entre les esferes s'han de verificar les condicions:

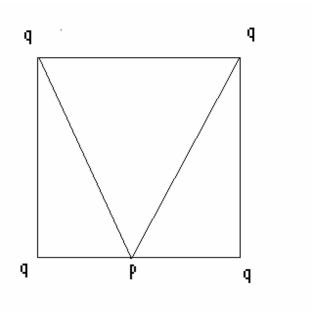
1) Conservació de la càrrega per tant $Q_1 + Q_2 = Q$

2) El potencials de les esferes en estar en contacte s'igualen $V_1 = V_2$; $\frac{Q_1}{r_1} = \frac{Q_2}{r_2}$

Resolent el sistema d'equacions plantejat, obtenim: $Q_1=3{,}086{\cdot}10^{-8}$C; $Q'_2=2{,}469{\cdot}10^{-8}$C

V = 2787 V

P12. Per a calcular el potencial $V = K\frac{Q}{r}$ per tant $V_{Resultant}$= $\sum_1^4 V_i$



$V_1 = V_2 = 9{\cdot}10^9 \dfrac{10^{-9}}{0{,}5}$ = 18 v; $V_3 = V_4 = 9{\cdot}10^9 \dfrac{10^{-9}}{\sqrt{1^2+0{,}5^2}} = \dfrac{18}{\sqrt{5}}$ v

$V_{Resultant}$= 52,1 v

P13. El potencial en el punt P, es calcula aplicant el principi de superposició, és a dir:

$V_P = V_{1P} + V_{2P} + V_{3P} =$

$$K\frac{Q_1}{r_{1P}} + K\frac{Q_2}{r_{2P}} + K\frac{Q_3}{r_{3P}} = 9{\cdot}10^9\left(\frac{2{\cdot}10^{-9}}{\sqrt{0{,}2^2-0{,}1^2}} + \frac{(-1{\cdot}10^{-9})}{0{,}1} + \frac{(-1{\cdot}10^{-9})}{0{,}1}\right) = -76 \text{ v}$$

$E_P = E_{1,p} + E_{2,p} + E_{3,p} = K\dfrac{Q_1}{r^3_{1.p}}\vec{r}_{1.p} + K\dfrac{Q_2}{r^3_{2.p}}\vec{r}_{2.p} + K\dfrac{Q_3}{r^3_{3.p}}\vec{r}_{2.p} = K\dfrac{Q_1}{r^3_{1.p}}\vec{r}_{1.p}$ donat que $E_{2,p} + E_{3,p}=0$

E_P = (0, -600) N/C = $-600\,\vec{j}\,N/C$

P14. La condició perquè el potencial siga nul en un punt és que es complisca:

$V_p = V_{1,p} + V_{2,p} = 0$

condició que dóna lloc a l'equació:

$$\frac{2}{x} - \frac{5}{y} = 0; \qquad \frac{y}{x} = 2{,}5$$

sent y la distància del punt a la càrrega q_2 i x la distància del punt a la càrrega q_1.
El punt només pot estar en zones en què la distància a la càrrega q_2 siga major a la càrrega q_1, donant lloc a dos possibilitats:

– *Primera possibilitat:* El punt es troba a l'esquerra de la càrrega q_1.

Sistema d'equacions: $\dfrac{y}{x} = 2{,}5$ $\quad y = 0{,}1 + x$ $\quad$ x = 1/15 m; y = 1/6 m

– *Segona possibilitat:* El punt es troba en la zona determinada per les càrregues.

Sistema d'equacions: $\dfrac{y}{x} = 2{,}5$ $\quad y + x = 0{,}1$ $\quad$ x = 1/35 m; y = 1/14 m

P15. El treball realitzant pel camp s'obté per la expressió:

$W_{camp} = -q_e\,(V_B - V_A)$

Aquest treball dóna lloc a increment de l'energia cinètica de la partícula, de manera que:

$W_{camp} = \Delta Ec$

I ja que la partícula parteix del repòs, establim l'equació,

$-q_e\,(V_B - V_A) = ½\, m_e\, v^2$ per tant $v = 5{,}93{\cdot}10^5$ m/s

P16. a) Les superfícies equipotencials són perpendiculars a la direcció del camp, i per tant són plans paral·lels al pla YZ.
b) El treball realitzant pel camp ve donat per la equació:

$W_{camp} = -q{\cdot}\Delta V$

per a la qual cosa hem de calcular l'increment del potencial en tal desplaçament. Ja que el camp elèctric verifica la relació

$\left|\vec{E}\right| = -\frac{\Delta V}{\left|\Delta x\right|}$;$-\Delta V = \left|\vec{E}\right| \cdot \left|\Delta x\right|$=2000 v sent Δx la distància entre les superfícies equipotencials. Per tant:

$$W_{camp} = 2\cdot10^{-6}\ C\cdot2000\ V = 4\cdot10^{-3}\ J.$$

c) Per a calcular la distància entre les superfícies equipotencials tenim en compte que en un camp elèctric uniforme, la diferència de potencial entre les superfícies només depèn de la distància entre elles i no de la trajectòria seguida per la partícula. És a dir:

$$\Delta x = 0{,}02\ m$$

P17. a) La condició necessària i suficient perquè s'anul·le el camp elèctric és:

$$E_P = E_{1,p} + E_{2,p} = 0$$

Esta condició implica tres requisits:
• La direcció dels vectors ha de ser la mateixa, per a la qual cosa el punt ha d'estar sobre la línia que uneix les càrregues.
• El sentit dels vectors ha de ser oposat, i per a això el punt ha d'estar entre les càrregues.
• El mòdul d'ambdós vectors ha de ser igual, per a això el punt ha de ser equidistant a ambdós càrregues. En definitiva, el punt és l'origen de coordenades.

b) El treball necessari per a traslladar una càrrega des d'un punt A fins a un punt B en un camp elèctric ve dau per:

$$W_{camp\ A\text{-}B} = -q\cdot\Delta V = -q\cdot(V_B - V_A),$$

on els potencials s'obtenen a partir de les equacions

$$V_A = K\frac{Q_1}{r_1} + K\frac{Q_2}{r_2} = 2K\frac{Q}{r} \qquad V_B = K\frac{Q_1}{r_1} + K\frac{Q_2}{r_2} = 2K\frac{Q}{r}$$

Tenint en compte que $q_1 = q_2 = q$ i $r_1 = r_2 = r$, en aquest cas ambdós potencial té el mateix valor, ja que es troben en l'eix x que és un eix equipotencial, i per això el treball serà nul.

P18. Com que el valor de les càrregues és el mateix, el camp elèctric generat per les dues primeres s'anul·larà de manera que en el punt (0,0) el camp resultant serà el creat per la tercera càrrega $\vec{E}_3 = K\frac{Q_3}{r_{p-3}^3}\cdot\vec{r}_{p-3} = 9\cdot10^9\cdot\frac{2\cdot10^{-6}}{1^3}\cdot(0,-1)$=(0,-18000) N/C

$$W_{camp\ A\text{-}B} = -q\cdot(V_B - V_A) = -10^{-6}\cdot\left[9\cdot10^9\left[\left(\frac{Q_1}{r_{B,1}} + \frac{Q_2}{r_{B,2}} + \frac{Q_1}{r_{B,3}}\right) - \left(\frac{Q_1}{r_{A,1}} + \frac{Q_2}{r_{A,2}} + \frac{Q_1}{r_{A,3}}\right)\right]\right] = 19544\ \mu J$$

Donat que el treball dona positiu el procés és espontani

P19. ΔV = 225 v