Tema 5,6 MAGNETISME I INDUCCIÓ

P24. **Direcció:** perpendicular al pla definit per l'agulla conductor i la línia que uneix al conductor amb el punt.

Sentit: tangent a la línia de camp (regla de la mà dreta).

Mòdul: aplicant la llei de Biot i Savart:

$$B = \mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi \cdot a}$$ sent "**a**" la distància mínima del conductor al punt

$$B_1 = B_2 = 2 \cdot 10^{-7}\ T$$

P25. Per a realitzar el següent problema prendrem un sistema de referència cartesià en el que l'eix **z** és paral·lel als conductors rectilinis.

a) Aplicant el principi de superposició establim: $\vec{B}_A = \vec{B}_{1,A} + \vec{B}_{2,A}$

$$\vec{B}_{1.A} = |\vec{B}_1| \cdot \vec{u} = \mu_0 \cdot \frac{I_1}{2\pi \cdot a} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{2}{0,25}\vec{i} = (1,6 \cdot 10^{-6}, 0, 0)\ T$$

$$\vec{B}_{2,A} = |\vec{B}_2| \cdot \vec{u} = \mu_0 \cdot \frac{I_2}{2\pi \cdot a} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{4}{0,25}\vec{i} = (3,2 \cdot 10^{-6}, 0, 0)\ T$$

$$\vec{B}_A = (4,8 \cdot 10^{-6}, 0, 0)\ T$$

b) La condició necessària i suficient perquè s'anul·le el camp magnètic en un punt és:

$$\vec{B}_{1.P} + \vec{B}_{1.P} = 0$$

per a la qual cosa han de verificar-se els requisits següents:

• Els dos vectors han de tindre la mateixa direcció, i per això el punt deu estar sobre el pla perpendicular als conductors.

• Els vectors han de ser de sentits oposats, i per això el punt no pot trobar-se en la regió definida pels dos fils.

• Han de posseir el mateix mòdul: És a dir:

$$\mu_0 \cdot \frac{I_1}{2\pi \cdot r_1} = \mu_0 \cdot \frac{I_2}{2\pi \cdot r_2};$$ per tant $r_2 = 2r_1$

sent r_1 la distància del punt al primer conductor i r_2 al segon conductor.

El que $r_2 > r_1$, implica que el punt es trobe a l'esquerra del primer conductor, donant lloc al sistema d'equacions:

(1) $r_2 = 2 \cdot r_1$; (2) $r_2 = 0,5\ m + r_1$

la solució del qual és: $r_1 = 0,5$ m; $r_2 = 1$ m.

P26. Com $|\vec{B}| = \mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi \cdot d}$ els mòduls dels dos camps magnètics han de ser iguals en P_2:

$B_1 = B_2$, per tant, al resoldre l'exercici $I_2 = 1,43$ A.

Perquè la suma vectorial de B siga nul·la en P_2 pel fil 2 ha de circular un corrent de $I_2 = 1,43$ A amb sentit oposat a la del fil 1 . En P_1 Bt = ? i en P_2 Bt = $1,37 \cdot 10^{-6}$ T.

P27. Sol $|\vec{B}| = 0{,}314$ T

P28. a) Vectors $I\cdot\vec{L}$ = (0, 16, 0) A·m ; $\vec{B}$ =(-4·10^{-5} , 0 , 0) T

Aplicant l'equació de càlcul de la força d'interacció entre el corrent i el camp magnètic, establim el determinant:

$$\vec{F} = I\cdot\vec{L}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 16 & 0 \\ -4\cdot10^{-5} & 0 & 0 \end{vmatrix} = 6{,}4\cdot10^{-4}\ \vec{k}\ \text{N}$$

b) La condició d'equilibri és: $\vec{F}_M + \vec{p} = 0$, lo que implica que: I·L·B=m·g, per tant I= 12250 A

P29. F_M = 2,8N

P30. $\vec{F} = I\cdot\vec{L}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0{,}5 & 0 \\ 0{,}01 & 0 & 0{,}03 \end{vmatrix} = 15\cdot10^{-3}\,\vec{i}\ \text{-}5\cdot10^{-3}\,\vec{k}$ =(15, 0, -5)·10^{-3} N

P31. Aplicant l'equació de càlcul del camp magnètic en el centre de l'espira,

$B = \mu_0\cdot\frac{I}{2\cdot R}$ i prenent de referència un sistema de coordenades OXYZ, situat en el centre de l'espira, obtenim:

$$B_1 = \mu_0\cdot\frac{I_1}{2\cdot R} = 4\cdot\pi\cdot10^{-7}\,\frac{6}{2\cdot4\cdot\pi\cdot10^{-2}} = 3\cdot10^{-5}\,\vec{j}\ \text{T}$$

$$B_2 = \mu_0\cdot\frac{I_2}{2\cdot R} = 4\cdot\pi\cdot10^{-7}\,\frac{8}{2\cdot4\cdot\pi\cdot10^{-2}} = 4\cdot10^{-5}\,\vec{k}\ \text{T}$$

$$\vec{B}_C = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = (0,\ 3,\ 4)\cdot10^{-5}\ \text{T}$$

P32. Perquè la força siga de repulsió els corrents deuen ser de sentits oposats.
El valor de la força per unitat de longitud és:

$$\frac{|\vec{F}_M|}{L} = \mu_o\,\frac{I_1\cdot I_2}{2\cdot\pi\cdot d} = 4\cdot10^{-6}\,\text{N/m}$$

P33. a) El fonament de la balança consisteix en l'equilibri de l'efecte de gir de les forces que actuen sobre els seus extrems, de manera que si s'equilibra prèviament que circule corrent pel circuit, el pes de les masses afegides en el platet per a establir novament l'equilibri, és igual a la força magnètica que actua sobre el fil conductor. El valor de la força ens permet determinar el valor del camp magnètic, B = Fm / (I · L).

b) Ja que en la situació d'equilibri es compleix (supòsits els braços iguals):

$$|\vec{F}_M| = |\vec{F}_P|\ ;\quad I\cdot L\cdot B = m\cdot g\,;\quad B = \frac{m\cdot g}{I\cdot L} = 0{,}49\text{T}$$

P34. F=q·(v×B)= $3{,}0\cdot10^{-6}\ \vec{k}$ N
Direcció perpendicular al pla que forma B i v i sentit positiu cap amunt.

P35. a) La partícula descriu una trajectòria rectilínia augmentant la seua energia cinètica i disminuint l'energia potencial, però conservant l'energia mecànica.
b) Calcularem el treball realitzat pel camp aplicant l'expressió: Wcamp = -q·(ΔV) = q·(- ΔV)

$$|\vec{E}| = -\frac{|\Delta V|}{|\Delta x|}; \quad -|\Delta V| = |E|\cdot|\Delta x| = 1000V$$

Per tant: Wcamp = $6\cdot10^{-6}$ C·1000 V = $6\cdot10^{-3}$ J.

P36. a) Com la càrrega és positiva, la direcció i sentit de la seua velocitat seran com la direcció i sentit del camp elèctric; és a dir, al llarg de l'eix Z positiu.

b) Les superfícies equipotencials han de ser perpendiculars al vector camp en cada punt, és a dir seran plans XY.

c) Com la partícula es desplaça per l'interior d'un camp conservatiu, es verificarà: Wcamp = q · (–ΔV) = ΔE_C. En conseqüència el treball del camp és:

$$W_C = \tfrac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) = 5\cdot10^{-3}\ J$$

$$-\Delta V = \frac{W_C}{q} = 5000V$$

Hem de tindre present que tota càrrega positiva lliure se mou espontàniament a potencials decreixents.

d) A partir de la relació entre el camp elèctric i les variacions de potencial, obtenim el mòdul del camp elèctric:

$$|\vec{E}| = -\frac{|\Delta V|}{|\Delta x|} = 5000V/m$$

La direcció del camp elèctric és la de l'eix Z, i el seu sentit el positiu. Per tant, la intensitat del camp elèctric és:

$$\vec{E} = 5000\,\vec{k}\ N/C$$

P37. En primer lloc, calcularem la velocitat de l'electró a partir de la seua energia cinètica:

$$Ec = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2; \quad v = \sqrt{\frac{2\cdot Ec}{m}} = 1{,}33\cdot10^6\ m/s$$

Ja que la força magnètica, calculable per la llei de Lorentz, actua de força centrípeta establim:

F=q·(v·B) = m·v^2/R

Aïllant el radi, obtenim: $R = \dfrac{m\cdot v}{q\cdot B}$ = 50,43 m

Ja que la partícula posseeix un M C U, la seua freqüència és:

v=2·π·R·N; N = 4197 Hz

P38. La velocitat del protó es determina a partir de la relació:

$$F=q_p\cdot(v\cdot B) = m_p\cdot v^2/R; \quad v = 9580,84 \text{ m/s}$$

La seua energia cinètica serà $Ec = \frac{1}{2}\cdot m_p\cdot v_p^2 = 7,66\cdot 10^{-20}$ J

Si l'energia cinètica es duplicarà la velocitat del protó seria:

$$v_p = \sqrt{\frac{2\cdot Ec}{m_p}} = 13545,22 \text{ m/s}$$

i donaria lloc a trajectòries circulars de radi: $R = \frac{m_p\cdot v_p}{q\cdot B} = 0,14\text{m}$

En el cas de duplicar la velocitat inicial, el radi de la trajectòria seria: R= 0,20 m

P39. El vector intensitat del camp magnètic en el punt (0,4,0) s'obté aplicant la llei de Biot i Savart, obtenint:

$$\vec{B} = \mu_0\cdot\frac{I}{2\pi\cdot a}\vec{u}_B = 4\cdot\pi\cdot 10^{-7}\cdot\frac{2}{2\pi\cdot 4}(-\vec{i}) = -10^{-7}\,\vec{i}\ \text{T}$$

El vector $q\cdot\vec{v}$ ve donat per l'expressió: $q\cdot\vec{v} = 5\cdot 10^{-3}$ C$\cdot(2\cdot 10^3\,\vec{j}$ m/s$) = 10\,\vec{j}$ C·m/s

La força magnètica que actuarà sobre la partícula carregada s'obté a partir de la resolució del següent determinant:

$$\vec{F}_m = q\cdot\vec{v}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 10 & 0 \\ -10^{-7} & 0 & 0,03 \end{vmatrix} = 10^{-6}\,\vec{k}\ \text{N}$$

P40. Ja que la força magnètica exerceix l'acció de força centrípeta, plantegem l'equació:

$$q\cdot(v\cdot B) = m\cdot v^2/R$$

Aïllant la massa, obtenim: $m = \frac{q\cdot R\cdot B}{v} = 5,6\cdot 10^{-25}$ kg

P41. $B = 1,14\cdot 10^{-5}$ T

P42. a) Si la partícula accelera o frena sense canviar la direcció és un camp elèctric paral·lel a **v** i si **v** roman constant és un camp magnètic paral·lel a **v**. Si realitza un moviment circular és un camp magnètic perpendicular a **v**. Si el camp elèctric i el camp magnètic formen un angle entre 0º i 180º no se sap a qui correspon, excepte que si hi ha un moviment circular sempre es deu a **B** i si no hi ha moviment circular només a **E**.

b) Si **E** és perpendicular a **v** canvia l'energia cinètica al variar la component perpendicular, de la velocitat (tir horitzontal); si **E** és paral·lel a **v**, sí que canvia l'energia cinètica;si no és ni paral·lel ni perpendicular canvia l'energia. Si **B** és paral·lel o perpendicular a **v** l'energia cinètica roman constant, en els altres angles l'energia cinètica tampoc varia, encara que la càrrega descriu un moviment en espiral.

b) L'alumne ha d'arribar a la conclusió que els camps magnètics no poden variar l'energia de les partícules carregades, no obstant els camps elèctrics sempre modifiquen l'energia de les partícules carregades.

P43. Ja que en la regió en què es mouen els protons les forces estan equilibrades, es verificarà l'equació:

$$\left|\vec{F}_E\right| = \left|\vec{F}_m\right| \qquad q\cdot v\cdot B = q\cdot E \qquad E = v\cdot B = 1{,}054\cdot 10^4 \text{ N/C}$$

$$\vec{F}_E + \vec{F}_m = 0; \qquad q\cdot\vec{v}\times\vec{B} = -q\cdot\vec{E}; \qquad \vec{E} = -(\vec{v}\times\vec{B}) = E\cdot\vec{u}_E = -1{,}054\cdot 10^{-4}\,\vec{k} \text{ N/C}$$

P44.

INDUCCIÓ

P1. El tesla és la unitat d'intensitat de camp magnètic; a partir de la llei de Faraday-Lenz,

$$\varepsilon_{\text{MEDIA}} = \frac{|\Delta\phi|}{\Delta t} = \frac{B\cdot S\cdot\cos\theta}{\Delta t}$$

"El tesla és la intensitat d'un camp magnètic tal que si introduïm en eixe camp perpendicularment a la seua direcció una espira de secció 1 m^2 en un temps d'1 s, el valor mitjà de la fem induïda és 1 V".

P2. La resposta més adequada és la d), tenint en compte el significat de la llei de Faraday-Henry.

P3. Es genera una fem induïda en el cable:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -B\frac{dS}{dt}\cdot\cos\theta = B\frac{L\cdot dx}{dt}\cdot\cos\theta = B\cdot L\cdot v\cdot\cos\theta$$

sent θ l'angle format per B i el vector dS (horitzontal), és a dir la inclinació magnètica del lloc.

P4. En l'anell apareix una fem induïda i per tant una corrent, que calfa el metall per efecte Joule.

P5. A l'acostar des de dalt un pol N a l'espira circular (anell), en ella es genera una fem que produeix un corrent tal que la seua cara superior equival a un pol N, que repel·leix al inductor que s'acosta; per tant, la corrent té sentit antihorari.

P6. A l'acostar l'imant, el clau s'imanta, apareixent en l'enrotllament un flux magnètic abans inexistent; per tant, es generarà en el mateix una fem induïda i el galvanòmetre detectarà el corrent transitori. Al retirar el imant de la proximitat del clau, es podrà observar una corrent transitori de sentit contrari a l'anterior.

P7. Per al circuit del galvanòmetre, el flux ve donat per l'equació Φ = NBS, sent B el mòdul del camp (sentit de dreta a esquerra i supòsit constant en tot l'interior de l'enrotllament) i N el nombre d'espires a l'esquerra del contacte mòbil C. Si movem el contacte cap a la dreta,això implica un augment del flux, produint-se per tant un corrent induït que generarà un camp magnètic de sentit contrari a B, és a dir de dreta a esquerra. Al moure el cursor cap a l'esquerra, el galvanòmetre detectarà un corrent transitori de sentit contrari al anterior.

P8. Veure la pàgina final de l'apartat 1 (247).

P9. a) Fals. b) Verdader. c) Fals; només generen camp magnètic les càrregues mòbils. d) Fals, ha de ser un camp magnètic variable en el temps o que es produïsca un flux variable en un circuit.

P10. a) Sí, perquè el flux disminueix. b) No, perquè el flux no canvia. c) No, perquè el flux no canvia.

P11. Calculem el valor de Φ_0 = NBS: $\Phi_0 = NBS = 20\cdot 3\cdot 10^{-4}\cdot 4\cdot 10^{-4} = 2{,}4\cdot 10^{-6}$ Wb.
Aplicant l'equació $\Phi = \Phi_0 \cdot \cos\theta$:
$\Phi_1 = \Phi_0 \cos 90° = 0$.
$\Phi_2 = \Phi_0 \cos 60° = 2{,}4 \cdot 10^{-6}\ \text{Wb} \cdot \cos 60° = 1{,}2\cdot 10^{-6}$ Wb.
$\Phi_3 = \Phi_0 \cos 0° = 2{,}4\cdot 10^{-6}$ Wb

P12. ε mitjana = NS |B| / Δt = $100\cdot 10^{-4}\cdot 0{,}02 / 0{,}01 = 0{,}02$ V.

P13. En aquest cas, l'angle dels vectors i és de 30°.
a) $\Phi_0 = NBS \cos\theta_1 = 10^{-7}\cdot 100\cdot \cos 30° = 8{,}67\cdot 10^{-6}$ Wb
b) A l'invertir el sentit del camp, el flux final és $\Phi_F = NBS \cos\theta_2 = 10^{-7}\cdot 100\cdot \cos 150° = -8{,}67\cdot 10^{-6}$ Wb
Per tant: $\varepsilon_{mitjana} = |\Phi_F - \Phi_0| / \Delta t = 2\cdot 8{,}67\cdot 10^{-6}\ \text{Wb} / 0{,}1\ \text{s} = 1{,}73\cdot 10^{-4}$ V.

P14.

$\varepsilon_{mitjana} = NS \dfrac{|\Delta B|}{\Delta t} = 0{,}424$ V; $I_{mitjana} = \varepsilon_{mitjana} / R = 0{,}424\ \text{V} / 5{,}4\ \Omega = 0{,}079$ A.

P15. Podem suposar que les ales de l'avió "equival" a una vareta conductora de 20 m de longitud que es mou perpendicularment a la component vertical del camp magnètic.
En la vareta es genera una fem induïda de valor mitjà

$$\varepsilon_{mitjana} = B_v L\cdot v = 37\cdot 10^{-6}\text{T}\cdot 20\ \text{m}\cdot 2\cdot 340\ \text{m/s} = 0{,}503\ \text{V}.$$

P16. L'exercici és equivalent a l'anterior:

$$\varepsilon = B_v L\cdot v = 37\cdot 10^{-6}\ \text{T}\cdot 1{,}67\ \text{m}\cdot 30{,}56\ \text{m/s} = 0{,}00189\ \text{V} = 1{,}89\ \text{mV}.$$

P17. Al girar la vareta, va agranant una àrea proporcional a l'arc ds segons la igualtat:

$$\frac{ds}{2\cdot\pi\cdot R} = \frac{dA}{\pi\cdot R^2} \quad \text{i per tant } dA = ½\ R\cdot ds$$

Així, dΦ= B dA = ½ B R ds; dΦ = 1/2 B R v dt; dΦ/dt 1/2 B R v= 1/2 B R R ω:

$$\varepsilon_{mitjana} = ½ \cdot 24\cdot 10^{-6}\ \text{T}\cdot(0{,}4\ \text{m})^2\cdot 20{,}83\ \text{rad/s} = 4\cdot 10^{-5}\ \text{V}$$

P18. a) Com el camp és perpendicular al pla de l'espira, els vectors B i S són paral·lels i

$$\varepsilon_{mitjana} = \frac{N\cdot S\cdot|B - B_o|}{\Delta t} = 0{,}75\ \text{V}$$

b) La bobina ha girat 90°, amb la qual cosa el flux ha passat del seu valor inicial
$\Phi_0 = NB\,S = 100\cdot 25\cdot 10^{-4}\text{m}^2\cdot 0{,}5\ \text{T} = 0{,}125$ Wb al seu valor final, zero, al ser perpendiculars els vectors

$$\text{Per tant } \varepsilon_{mitjana} = \frac{|\phi - \phi_o|}{\Delta t} = 0{,}125\text{V}$$

c) Com la bobina està en el pla XY, el camp és paral·lel a l'eix Z i la bobina es desplaça al llarg de l'eix Z, el flux no canvia i, per tant, no hi ha fem induïda.

P19. Si L és el costat de l'espira, la superfície agranada per l'espira és dS = L v dt; per tant:

$$\varepsilon_{\text{mitjana}} = \frac{B\cdot dS}{dt} = \frac{B\cdot L\cdot ds}{dt} = B\cdot L\cdot v = 1{,}6\cdot 10^{-4}\ V$$

Si el camp és B= $-2\cdot10^{-3}\ \vec{k}$ T, el valor mitjà de la fem induïda no canvia.
Si el camp B està en la direcció de l'eix X, els vectors B i dS són perpendiculars i el flux és zero; per tant no hi ha inducció.

P20. La vareta conductora es mou perpendicularment al camp magnètic; en ella es genera una fem induïda de valor mitjà $\varepsilon_{\text{mitjana}}$ = B L·v = 1 T·0,1 m·2 m/s = 0,2 V.

P21. a) Φ = NSB = $30\cdot5{,}03\cdot10^{-3}\ m^2\ (0{,}01\ t + 0{,}04\ t^2)$ T = $0{,}151\ (0{,}01\ t + 0{,}04\ t^2)$ Wb.

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -0{,}151\cdot\frac{d}{dt}(0{,}01t + 0{,}04t^2) = -0{,}151\cdot(0{,}01 + 0{,}08t)V$$

Si t = 5 s, ε = –0,062 V.

P22. Aplicant la llei de Faraday-Lenz:

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} = -S\cdot\cos\theta\cdot\frac{d}{dt}(2\cdot\cos 300t) = 13{,}33\cdot\text{sen}(300t)V$$

P23. Com s'ha demostrat, el valor màxim de la fem induïda en estes condicions és $\varepsilon_{\text{MÀX}}$ = B·S·ω; si aïllem B, tenim: B = 0,25 T

P24. a) Com el camp magnètic que genera el conductor depèn de la distància, segons l'equació B = $\mu_0 I/2\pi d$, caldria trobar el flux per integració. Però per a calcular el valor màxim del flux basta suposar que "tota la superfície S" està a 5 cm del conductor i per a calcular el valor mínim del flux suposem que "tota la superfície està a 15 cm" del conductor. Per tant:

$$\phi_{\text{MÀX}} = B_{\text{MÀX}}\cdot S = \mu_o\cdot\frac{I\cdot S}{2\cdot\pi\cdot x} \qquad \phi_{\text{MIN}} = B_{\text{MIN}}\cdot S = \mu_o\cdot\frac{I\cdot S}{2\cdot\pi\cdot(x+a)}$$

Per tant el flux real està comprés entre estos dos valors.
b) En l'espira es genera una fem que produeix un corrent en sentit horari que s'oposa a la disminució de flux provocada a l'allunyar l'espira.

P25. La primera bobina té N1 = 7361 espires. El camp magnètic que genera la primera bobina és:
$B_1 = \mu_0 N_1 I_1/L_1 = 4\pi\cdot10^{-7}\cdot7361\cdot2 / 2{,}9 = 6{,}38\cdot10^{-3}$ T
Al cessar el corrent I_1 el camp B_1 s'anul·la, la qual cosa produeix una disminució del flux en la 2a bobina:

$$\varepsilon_{\text{mitjana}} = \frac{|\phi_F - \phi_o|}{\Delta t} = \frac{N_2\cdot S_2\cdot B_1}{\Delta t} = 7{,}66V$$