Tema 7 FÍSICA RELATIVISTA

P1. Com a referència de solució de l'exercici podem usar la taula: comparació entre els fonaments de la mecànica clàssica i de la física relativista, exposada en la pàgina 282 del llibre.

P2. L'enunciat dels postulats estan exposats en el apartat 3 del tema (La solució del problema: la teoria de la relativitat especial) i les conseqüències s'analitzen en la pàgina 274 del text.

P3. La velocitat del senyal lluminós és constant (c) i no depèn de la velocitat ni del focus ni de l'observador. Esta afirmació és un dels postulats de la relativitat especial.

P4. La contracció relativista de la vareta només depèn del valor de la seua rapidesa, amb independència del sentit de moviment.

• Acostant-se a v = 0,85 c.

El procediment de resolució ho podem seqüenciar en els passos següents:

– Càlcul del factor β:

$$\beta = \frac{v}{c} = 0{,}85$$

– Càlcul del factor γ:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1{,}898$$

– Càlcul de la longitud impròpia:

$$L = \frac{L_P}{\gamma} = \frac{1}{1{,}898} = 0{,}53 \text{ m}$$

• Allunyant-se a v = 0,15 c.

– Càlcul del factor β:

$$\beta = \frac{v}{c} = 0{,}15$$

– Càlcul del factor γ:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1{,}011$$

– Càlcul de la longitud impròpia:

$$L = \frac{L_P}{\gamma} = \frac{1}{1{,}011} = 0{,}989 \text{ m}$$

P5. Segons l'enunciat; **L = 0,5 Lp**. Amb la relació relativista calculem el factor γ:

$$L = \frac{L_P}{\gamma}; \ \gamma = \frac{L_P}{L} = 2$$

A partir del valor de factor γ calculem el factor β:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 2 \text{ per tant } \beta = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{v}{c}\ ; \quad v = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot c = 0{,}866 \text{ c}$$

P6. Ja que el rectangle es mou en la direcció del eix Y només es produirà la contracció de la longitud relativista en eixe eix (Y').

Segons l'enunciat XY' = 3/4 XY o siga que Y' = 3/4 Y

Amb esta relació calculem el factor γ**:**

$$L = \frac{L_P}{\gamma}; \; \gamma = \frac{L_P}{L} = \frac{Y}{Y'} = 4/3$$

A partir del valor de factor γ trobem el factor β:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{4}{3} \text{ aïllant } \beta = \sqrt{\frac{7}{4}} = \frac{v}{c} \text{ per tant } v = \sqrt{\frac{7}{4}} \cdot c$$

P7. El procediment de resolució ho podem seqüenciar en els passos següents:

– Càlcul del factor β:

$$\beta = \frac{v}{c} = 0{,}95$$

– Càlcul del factor γ:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 3{,}202$$

– L'enunciat ens proporciona el temps propi de 3,5 µs. Càlcul de Δt:

$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta t_P = 3{,}202 \cdot 3{,}5 \text{ µs} = 11{,}2 \text{ µs}$$

P8. Sol: β = 0,98; γ = 5,025; Δt = $1{,}005 \cdot 10^{-5}$ s; Δx = 2954,7 m

P9. Sol: A) β = 0,33; γ = $\frac{3}{\sqrt{8}}$; Δt = 742,5 s; B) β = 0,667; γ = $\frac{3}{\sqrt{5}}$; Δt = 939,1 s;

P10. Per a l'observador S' el triangle està en repòs i la seua àrea és:

$$A' \text{ (respecte de S')} = \frac{6 \cdot 8}{2} = 24 \text{ m}^2$$

Respecte a l'observador S el triangle es mou, a una velocitat pròxima a la de la llum, en la direcció de la seua base. Per això l'observador avaluarà una base menor. Per a quantificar la contracció de la base calculem el factor β:

$$\beta = \frac{v}{c} = 0{,}8 \; ; \; \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1{,}67$$

La base del triangle mesurarà, respecte S:

$$L = \frac{L_P}{\gamma}; \; \gamma = \frac{L_P}{L} = \frac{\text{base}'}{\text{base}} \; ; \; \text{base} = \frac{\text{base}'}{\gamma} = \frac{6}{1{,}67} = 3{,}6 \text{ m}$$

En conseqüència, l'àrea del triangle respecte a S és:

$$A \text{ (respecte de S)} = \frac{3{,}6 \cdot 8}{2} = 14{,}4 \text{ m}^2$$

P11. Ja que la força és constant l'acceleració és constant, és a dir el mòbil varia la seua velocitat a un ritme uniforme contínuament. En conseqüència, segons la mecànica de Newton, el cos augmentarà la seua velocitat de forma indefinida, sense cap límit. No obstant, es comprova experimentalment que la velocitat tendeix a un valor límit (c), fet que explica la dinàmica relativista i no pot justificar la dinàmica de Newton o clàssica.

P12. Segons la mecànica relativista: $E = \gamma E_O$. Com $E = 1,1\ E_O$, el factor γ és:

$$\gamma = \frac{E}{E_O} = \frac{1,1 \cdot E_O}{E_O} = 1,1$$

Aplicant la definició del factor γ calculem el factor β:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad \beta = \sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1-\frac{1}{1,1^2}} = 0,416 = \frac{v}{c} \text{ per tant } v = 0,416\ c$$

P13. Com la rapidesa de l'electró és v = 0,5 c el factor β és:

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{0,5c}{c} = 0,5$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0.5^2}} = 1,1547$$

L'energia cinètica relativista es determina per l'equació:

$$E_C = (\gamma - 1)\cdot m\cdot c^2 = 0,1547\cdot 9,1\cdot 10^{-31}\cdot(3\cdot 10^8)^2 = 1,3\cdot 10^{-14}\ J$$

P14. L'energia total és: $E = \gamma E_O$ i segons l'enunciat ha de ser el 50% major que l'energia en repòs:

$$E = E_O + 0,5\ E_O = 1,5\ E_O$$

Per tant, el factor γ és: γ = 1,5.

El que permet trobar el factor β a partir de l'equació:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad \beta = \sqrt{1-\frac{1}{\gamma^2}} = \sqrt{1-\frac{1}{1,5^2}} = 0,745 = \frac{v}{c};\ v = 0,745\ c$$

Per a determinar el valor de la quantitat de moviment aplicarem la seua definició operativa:

$p = \gamma\ m\ v$ Substituint valors:

$p = 1,5\cdot 1,674\cdot 10^{-27}$ kg $0,745\cdot 3\cdot 10^3$ m/s; $p = 5,612\cdot 10^{-19}$ kg m/s

P15. Per a l'observador terrestre v = 0,4 c i, per això, el factor β val:

$$\beta = \frac{v}{c} = 0,4\ ; \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,4^2}} = 1,091$$

I l'energia de la nau és:

$$E = \gamma\ m\ c^2 = 1,091\cdot 1000\cdot(3\cdot 10^8)^2 = 9,82\cdot 10^{19}\ J$$

Per a l'observador situat en la nau només hi ha energia associada a la nau en repòs, i per això:

$$E = m\ c^2 = 1000\cdot(3\cdot 10^8)^2 = 9\cdot 10^{19}\ J$$

P16. El factor β i γ tenen un valor de:

$$\beta = \frac{v}{c} = 0,8 \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,8^2}} = 1,67$$

L'energia cinètica relativista es determina per l'equació: $Ec = (\gamma - 1)\cdot m_O\cdot c^2 = 0,67\cdot m_O\cdot c^2$

L'energia cinètica clàssica de la partícula hauria de ser:

$$E_C = m_o \frac{v^2}{2} = m_o \frac{(0,8)^2}{2} = 0,31\cdot m_O\cdot c^2$$

La relació entre ambdós energies cinètiques és:

$$\frac{E_{C,RELATIVISTA}}{E_{C,CLÀSSICA}} = 2{,}1$$

P17. L'energia que té una partícula lliure, en un determinat sistema de referència, és la suma d'una energia pròpia o "en repòs", invariant i proporcional a la seua massa, $E_O = m \cdot c^2$, més una energia cinètica o "addicional", associada al moviment de la partícula.

En el cas que la partícula es moga amb una rapidesa baixa respecte a la llum, v <<< c, l'energia cinètica es calcula per l'expressió clàssica, $Ec = 1/2 \cdot m \cdot v^2$. Al comparar les dos expressions verifiquem que l'energia en repòs és directament proporcional al quadrat de c mentre la cinètica ho és al quadrat de v. Per això, l'elevat valor de c, respecte a v, fa que l'energia en repòs siga enorme en comparació amb la seua energia cinètica.

P18. L'equació relativista: $|\Delta E| = |\Delta m| \cdot c^2$ permet calcular la reducció de massa del Sol en cada minut:

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{2{,}34 \cdot 10^{28}\,\text{J}}{(3 \cdot 10^8)^2} = 2{,}6 \cdot 10^{11}\,\text{kg}$$

Si el ritme d'emissió es considera constant, el temps necessari per a emetre la meitat de la matèria solar és:

$$10^{30}\,\text{kg} \cdot \frac{1\,\textbf{min}}{2{,}6 \cdot 10^{11}\,\text{kg}} = 3{,}846 \cdot 10^{18}\,\textbf{min}$$ Temps que correspon a: $\Delta t = 7{,}32 \cdot 10^{12}$ anys

P19. En el cas que v << c el factor γ =1. Per això:

$$L = \frac{L_p}{\gamma}; L = L_p$$

$$\Delta t = \gamma \cdot \Delta tp; \rightarrow \Delta t = \Delta tp$$

$$p = \gamma\, m\, v \rightarrow p = m \cdot v$$

Per a deduir l'energia cinètica expressarem l'energia de la partícula lliure pel seu desenvolupament en sèrie (mostrat en la pàgina 280 del llibre):

$$E = m_o \cdot c^2 + m_o \frac{v^2}{2} + \frac{3}{8} m_o \frac{v^2}{c^2} + ...$$

Com l'energia cinètica de la partícula és: $E_C = E - E_O$

$$E_C = (m_o \cdot c^2 + m_o \frac{v^2}{2} + \frac{3}{8} m_o \frac{v^2}{c^2} + ...) - m_o \cdot c^2 = m_o \frac{v^2}{2}$$

si despreciem els valors de la sèrie a partir del tercer terme per l'elevat valor de c front v. En conclusió, la teoria de la relativitat dóna lloc a la formulació clàssica quan la rapidesa és xicoteta en comparació a c (Principi de correlació).

P20.