FÍSICA RELATIVISTA

PROVES D'ACCÉS
PROBLEMES

P.1.- (1994) La longitud pròpia de cadascun dels costats d'un quadrat és *a*. Trobeu el perímetre d'aquest quadrat en un sistema de referència, que es mou amb velocitat constant *u* en la direcció paral·lela a la base. Estudieu el resultat per als casos en què *u* << *c* i per a quan *u* tendeix a *c* *(c és la velocitat de la llum).*

Solució: *El perímetre es calcula sumant les longituds dels costats (Perímetre = 4 a).*

En el sistema de referència respecte del qual es mou sols canvia la longitud dels costats que són paral·lels a la direcció del moviment. Per tant, com la longitud pròpia del costat és, en eixa direcció, $L_p = a$

La longitud impròpia (L) serà

$$L = \frac{L_p}{\gamma} = \frac{a}{\gamma}$$

Sent $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$ *i* $\beta = \frac{v}{c}$

Per tant

$$\text{Perímetre impropi} = 2\,a + 2\,L = 2\,a + 2\,\frac{a}{\gamma} = 2\,a\,(1 + \frac{1}{\gamma})$$

♦ *Si* $v \ll c \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{v}{c} \to 0 \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \to 1$

i, per tant

$$\text{Perímetre impropi} \to 2\,a\,(1 + \frac{1}{\gamma}) = 2\,a\,(1 + \frac{1}{1}) = 4\,a = \text{Perímetre propi}$$

♦♦ *Si* $v \to c \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{v}{c} \to 1 \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \to \infty$

i, per tant

$$\text{Perímetre impropi} \to 2\,a\,(1 + \frac{1}{\gamma}) = 2\,a\,(1 + \frac{1}{\ }) = 2\,a$$

P.3.- (1997) Una partícula de massa en repòs $m_o = 2{,}4\cdot10^{-28}$ kg viatja amb una velocitat v = 0,8 c, sent c la velocitat de la llum en el buit. Quina és la relació entre la seua energia cinètica relativista i la seua energia cinètica clàssica?

Solució: *Per a poder comparar anem a calcular:*

L'energia cinètica clàssica

$$E_{c,clàssica} = \frac{m_o\ v^2}{2} = \frac{m_o\ (0{,}8\ \ c)^2}{2} = 0{,}32\ \ m_o c^2$$

i l'energia cinètica relativista

$$E_{c,relativista} = \gamma\ m_o\, c^2 - m_o\, c^2 = \ m_o\, c^2\, (\gamma\ -\ 1)$$

Com

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{0{,}8\ c}{c} = 0{,}8 \qquad \Rightarrow \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1\ -0{,}8^2}} = 1{,}67$$

Tenim que

$$E_{c,relativista} = \ m_o\, c^2\, (\gamma\ -\ 1) = m_o\, c^2\, (1{,}67\ -\ 1) = 0{,}67\, m_o\, c^2$$

Per tant

$$\frac{E_{c,clàssica}}{E_{c,relativista}} = \frac{0{,}32\ \ m_o\ \ c^2}{0{,}67\ \ m_o\ \ c^2} = 0{,}478$$

és a dir: $E_{c,\ clàssica} = 0{,}478\ \ E_{c,\ relativista}$

P.4.- (1999) Un electró és accelerat per una força conservativa des del repòs fins a una velocitat final v, pròxima a la velocitat de la llum. En aquest procés la seua energia potencial disminueix en $4{,}2\text{x}10^{-14}$ J. Determineu la velocitat v de l'electró.

Dades: *Massa de l'electró en repòs, $m_e = 9{,}11\cdot10^{-31}$ kg; Velocitat de la llum, $c = 3\cdot10^8$ m/s.*

Solució: *La velocitat de l'electró està relacionada amb la seua energia cinètica. Com l'electró ha estat accelerat per una força conservativa, l'energia cinètica que assoleix l'electró és igual a l'energia potencial que ha perdut. Per tant*

$$E_{c,relativista} = \gamma\ m_o\, c^2 - m_o\, c^2 = \ m_o\, c^2\, (\gamma\ -\ 1) = 4{,}2\cdot 10^{-14}\ \text{J}$$

$$9{,}11\cdot 10^{-31}\cdot (3\cdot 10^8)^2\, (\gamma\ -\ 1) = 4{,}2\cdot 10^{-14}$$

d'on $\gamma = 1{,}51$

i com $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1{,}51 \qquad \Rightarrow \qquad \beta = \dfrac{v}{c} = 0{,}75$

Per tant $v = 0{,}75\ c$

P.5.- (2001-A) Es determina, per mètodes òptics, la longitud d'una nau espacial que passa per les proximitats de la Terra, resultant ser de 100 m. En contacte radiofònic els astronautes que viatgen en la nau comuniquen que la longitud de la seua nau és de 120 m. A quina velocitat viatja la nau respecte a la Terra? Dada: *$c = 3 \cdot 10^8$ m/s.*

Solució: *Segons les dades del problema*

Longitud pròpia de la nau $L_p = 120$ m

Longitud impròpia de la nau $L = 100$ m

Per tant, a partir de

$$L = \frac{L_p}{\gamma} \quad \Rightarrow \quad 100 = \frac{120}{\gamma}$$

D'on $\gamma = 1{,}2$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1{,}2 \quad \Rightarrow \quad \beta = \frac{v}{c} = 0{,}533$$

Per tant $v = 0{,}533\ c$

P.6.- (2003-B) Es pretén enviar una mostra de 2 g del material radioactiu ^{90}Sr a un planeta d'un altre sistema estel·lar situat a 40 anys-llum de la terra mitjançant una nau que viatja a una velocitat v = 0,9 c. El període de semidesintegració del material és de 29 anys. 1) Calcula el temps que tarda en arribar al planeta per a un observador que viatja en la nau. *(1 punt)* **2) Determina els grams de material que arriben sense desintegrar.** *(1 punt)*

Solució: *1) El temps que tarda la nau en arribar a l'altre planeta, en el sistema de referència de la Terra (interval de temps **impropi**) serà*

$$\Delta t = \frac{D}{v} = \frac{40 \quad anys \quad llum}{0{,}9 \quad c} = \frac{40 \quad c}{0{,}9 \quad c} = 44{,}44 \quad anys$$

*Per tant, la durada del viatge mesurada en la nau (interval de temps **propi**) es calcula a partir de*

$$\Delta t = \gamma \Delta t_p$$

com $$\beta = \frac{v}{c} = \frac{0{,}9\,c}{c} = 0{,}9 \qquad \Rightarrow \qquad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}9^2}} = 2{,}29$$

serà $$44{,}44 = 2{,}29 \cdot \Delta t_p$$

$$\Delta t_p \cong 19{,}41 \ anys$$

2) I, per tant, durant aquest temps, a l'interior de la nau el material radioactiu s'haurà estat desintegrant i quedarà una quantitat sense desintegrar que ve donada per l'expressió

$m = m_o \cdot e^{-\lambda t}$

sent λ la constant de desintegració i, amb les dades que sabem (relatives a la Terra)

$$\lambda = \frac{Ln \quad 2}{T} = \frac{0{,}693}{29 \quad anys} = 0{,}024 \quad any^{-1}$$

és a dir

$$m = m_o \cdot e^{-\lambda t} = 2 \cdot e^{-0{,}024 \cdot 19{,}41} = 1{,}26 \ g$$