

FÍSICA RELATIVISTA

PROVES D'ACCÉS

QÜESTIONS

Q.1.- (1991) Des de la Terra s'observa durant un any una nau espacial que viatja a una velocitat constant de $0,9 c$, essent c la velocitat de la llum: a) Quant de temps haurà passat per a un viatger de la nau?. b) Quina distància haurà recorregut la nau segons el viatger?

Solució: a) A partir de les dades del problema

Interval de temps propi (mesurat en la nau) $\Delta t_p = ?$

Interval de temps impropri (mesurat des de la Terra) $\Delta t = 1$ any

$$I \text{ com} \quad \beta = \frac{v}{c} = \frac{0,9 c}{c} = 0,9 \quad \Rightarrow \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0,9^2}} = 2,29$$

b) La distància recorreguda per la nau respecte de la Terra (longitud pròpia) és

$$L_p = v \cdot \Delta t = 0,9 c \cdot 1 \text{ any} = 0,9 \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ (s)} = 8,51 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

Per tant, la distància recorreguda per la nau segons el viatger (longitud pròpia) serà

$$L = \frac{L_p}{\gamma} = \frac{8,51 \cdot 10^{15} \text{ m}}{2,29} = 3,72 \cdot 10^{15} \text{ m}$$

Q.2.- (1991) L'estrella més brillant de l'hemisferi nord és Sirius A, la qual es troba a 8,5 anys-llum. a) Calculeu la velocitat constant a la qual tindrà que viatjar una nau per tal d'arribar a l'estrella en 12 anys mesurats per un observador de la nau. b) ¿Quant de temps dura el viatge per un observador terrestre? (S: $v = 0,57 c$; $\Delta t = 14,6$ anys)

Solució: a) A partir de les dades del problema

Longitud pròpia (distància mesurada des de la Terra) $L_p = 8,5$ anys-llum

Interval de temps propi (mesurat des de la nau) $\Delta t_p = 12$ anys

$$I \text{ com} \quad \Delta t_{(\text{mesurat des de la Terra})} = \frac{L_p}{v} = \frac{8,5 c}{v} = \frac{8,5}{\frac{v}{c}} = \frac{8,5}{\beta} \text{ anys}$$

$$\text{Tenim que} \quad \Delta t_p = \frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{1 \text{ any}}{2,29} = 0,44 \text{ anys}$$

Per tant, a partir de

$$\Delta t = \gamma \Delta t_p$$

d'on
$$\frac{8,5}{\beta} = \gamma \cdot 12 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \cdot 12$$

$$\beta = \frac{v}{c} = 0,578 \quad \Rightarrow \quad v = 0,578 c$$

b) Com

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,578^2}} = 1,23 \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,578^2}} = 1,23$$

tenim que
$$\Delta t_{Terra} = \gamma \Delta t_p (nau) = 1,23 \cdot 12 \text{ anys} = 14,7 \text{ anys}$$

Q.3.- (1993) Si l'energia cinètica i l'energia en repòs d'una partícula són iguals, ¿quina serà la seua velocitat?

Solució: Segons l'enunciat, l'energia cinètica [$E_{c,relativista} = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 (\gamma - 1)$] és igual a l'energia en repòs [$E_0 = m_0 c^2$]. Per tant tenim que

$$m_0 c^2 (\gamma - 1) = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2$$

$$\gamma m_0 c^2 = m_0 c^2 + m_0 c^2 = 2 m_0 c^2$$

per tant
$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 2$$

és a dir
$$\beta = \frac{v}{c} = 0,866 \quad \Rightarrow \quad v = 0,866 c$$

Q.4.- (1994) Demostreu que si un cos emet energia E en forma de radiació, la massa minva en E/c^2 . ¿A quina velocitat ha de convertir-se massa en energia per produir 30 MW?

Solució: Tenint en compte que qualsevol canvi en l'energia pròpia d'un sistema ha d'anar acompanyat d'un canvi en la seua massa, acomplint-se que

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$$

i, a partir de les dades del l'enunciat

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta m \cdot c^2}{\Delta t}$$

tenim que

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{P}{c^2} = \frac{30 \cdot 10^6 \text{ W}}{(3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2} = 3,3 \cdot 10^{-10} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Q.5.- (1994) ¿Quina velocitat ha de tenir una partícula per a que la seua massa siga 5 vegades la seua massa en repòs?

Solució: Segons l'enunciat

$$m = 5 m_0$$

I com

$$m = \gamma m_0$$

tenim que

$$5 m_0 = \gamma m_0$$

D'on

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 5$$

és a dir

$$\beta = \frac{v}{c} = 0,9798 \quad \Rightarrow \quad v = 0,9798 c$$

Q.8.- (1996) A quina velocitat la massa d'un cos serà doble que la que té en repòs?

Solució: Segons l'enunciat

$$m = 2 m_0$$

I com

$$m = \gamma m_0$$

tenim que

$$2 m_0 = \gamma m_0$$

D'on

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 2$$

és a dir

$$\beta = \frac{v}{c} = 0,866 \quad \Rightarrow \quad v = 0,866 c$$

Q.9.- (1996) Obteniu la vida mitjana, mesurada en el laboratori, d'un muó que es mou a $0,6c$ respecte al laboratori, si la seua vida mitjana en repòs és de $2 \cdot 10^{-6}$ s.

Solució: Segons les dades de l'enunciat

$$\Delta t_p = 2 \cdot 10^{-6} s$$

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{0,6 c}{c} = 0,6$$

\Rightarrow

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,6^2}} = 1,25$$

Per tant

$$\Delta t = \gamma \Delta t_p = 1,25 \cdot 2 \cdot 10^{-6} s = 2,5 \cdot 10^{-6} s$$

Q.12.- (1997) Una vareta d' 1m de longitud es mou amb velocitat constant en sentit longitudinal respecte a un observador, ¿quin valor ha de tenir la seua velocitat per a que l'observador mesure una longitud de 0'5 m?

Solució: Segons les dades

$$L_p = 1 m$$

i

$$L = 0,5 m$$

Per tant, a partir de

$$L_p = \gamma L$$

Tenim que

$$1 (m) = \gamma \cdot 0,5 (m)$$

D'on

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 2$$

és a dir $\beta = \frac{v}{c} = 0,866 \Rightarrow v = 0,866 c$

Q.14.- (1999) Quina hauria de ser la velocitat d'una nau espacial, respecte a la Terra, perquè un observador situat a la Terra mesura que la seua longitud és la meitat del que mesura un observador situat a la nau espacial? Quina seria l'energia cinètica de la nau espacial, si la seua massa en repòs és de 5000 kg?. Dada: Velocitat de la llum: $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Solució: Segons les dades de l'enunciat $L = 0,5 L_p$
 Per tant, a partir de $L_p = \gamma L$
 $L_p = \gamma \cdot 0,5 L_p$
 $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 2$

és a dir $\beta = \frac{v}{c} = 0,866 \Rightarrow v = 0,866 c$

Així doncs, l'energia cinètica de la partícula seria

$$E_{c,relativista} = \gamma m_0 c^2 - m_0 c^2 = 2 m_0 c^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 = 5000 \text{ kg} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2 = 4,5 \cdot 10^{20} \text{ J}$$

Q.15.- (1999) Calculeu la velocitat que ha de tenir una partícula elemental per tal que la seua vida mitjana es duplique respecte a la que té en estat de repòs. Dada: Velocitat de la llum: $c = 3 \times 10^8$ m/s.

Solució: Segons les dades de l'enunciat, l'interval de temps propi (vida mitjana pròpia, τ_0) i l'interval de temps impropri (τ) estan relacionades de la següent manera

$$\tau = 2 \tau_0$$

Per tant, a partir de

$$\Delta t = \gamma \Delta t_p$$

$$\tau = 2 \tau_0 = \gamma \tau_0$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = 2$$

és a dir $\beta = \frac{v}{c} = 0,866 \Rightarrow v = 0,866 c$

Q.16.- (2000-A) Un electró té una energia en repòs de 0,51 MeV. Si l'electró es mou amb una velocitat de $0,8c$, determineu la seua massa relativista, la seua quantitat de moviment i la seua energia total. Dades: Càrrega de l'electró, $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; Velocitat de la llum, $c = 3 \times 10^8$ m/s

Solució: Energia en repòs de l'electró

$$E_0 = m_{0,electró} c^2 = 0,51 \text{ MeV} = 0,51 \text{ MeV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J}}{1 \text{ MeV}} = 8,16 \cdot 10^{-14} \text{ J}$$

Per tant, la massa de l'electró en repòs serà

$$m_{0,\text{electró}} = \frac{E_0}{c^2} = \frac{8,16 \cdot 10^{-14} \text{ J}}{(3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2} = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

I quan es mou amb una rapidesa de $0,8 c$ la seua massa relativista serà

$$m = \gamma m_0$$

i a partir de

$$\beta = \frac{v}{c} = \frac{0,8 c}{c} = 0,8$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,8^2}} = 1,67$$

tenim que $m = \gamma m_0 = 1,67 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} = 1,52 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$

♦ La quantitat de moviment serà

$$p = \gamma m_0 v = \gamma m_0 0,8 c = 1,67 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 0,8 \cdot 3 \cdot 10^8 = 3,65 \cdot 10^{-22} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

♦♦ L'energia total serà

$$E = \gamma m_0 c^2 = \gamma E_0 = 1,67 \cdot 0,51 \text{ MeV} = 0,8517 \text{ MeV} = 0,8517 \text{ MeV} \cdot \frac{1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J}}{1 \text{ MeV}} = 1,363 \cdot 10^{-11} \text{ J}$$

Q.17.- (2000-B) Amb quina rapidesa ha de convertir-se massa en energia per produir 20 MW. Dada: Velocitat de la llum, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$.

Solució: Tenint en compte que qualsevol canvi en l'energia pròpia d'un sistema ha d'anar acompanyat d'un canvi en la seua massa, acomplint-se que

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$$

i, a partir de les dades del l'enunciat

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{\Delta m \cdot c^2}{\Delta t}$$

tenim que

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{P}{c^2} = \frac{20 \cdot 10^6 \text{ W}}{(3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2} = 2,2 \cdot 10^{-10} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Q.18.- (2000-A) Demostreu que si la velocitat d'una partícula és molt menor que la velocitat de la llum, la seua energia cinètica serà molt menor que la seua energia en repòs.

Q.19.- (2001-A) Comenteu la veracitat o falsedat de les següents afirmacions, raonant la resposta: 1) La velocitat de la llum depèn de l'estat de moviment de la font que l'emet. (0,5 punts) 2) Dos successos simultanis ho són en qualsevol sistema de referència. (0,5 punts) 3) Si apliquem una força constant durant un temps il·limitat a una partícula

de massa en repòs m_0 , l'energia cinètica màxima que pot aconseguir és $\frac{1}{2}m_0c^2$. (0,5 punts)

Q.20.- (2001-A) Si la vida mitjana dels pions en repòs és de $2,6 \cdot 10^{-8}$ s, a quina velocitat han de viatjar els pions perquè la seua vida mitjana, mesurada al laboratori, siga de $4,2 \cdot 10^{-8}$ s? Dada: Velocitat de la llum en el buit, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Q.21.- (2002-A) Es fan girar partícules subatòmiques en un accelerador de partícules i s'observa que el temps de vida mitjà és $t_1 = 4,2 \cdot 10^{-8}$ s. D'altra part se sap que el temps de vida mitjà de les citades partícules, en repòs, és $t_0 = 2,6 \cdot 10^{-8}$ s. A quina velocitat giren les partícules en l'accelerador? Raoneu la resposta. Dada: Velocitat de la llum en el buit, $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Q.22.- (2003-B) Una nau s'allunya de la Terra a una velocitat de 0,9 vegades la de la llum. Des de la nau s'envia un senyal lluminós cap a la Terra. Quina velocitat té aquest senyal lluminós respecte a la nau? I respecte a la Terra? Raona les teues respostes.

Q.23.- (2004-A) Enuncia els postulats en què es fonamenta la teoria de la relativitat especial.

Q.24.- (2005-B) Quina velocitat ha de tindre un rectangle de costats x e y , que es mou en la direcció del costat y , perquè la seua superfície siga $3/4$ parts de la superfície en repòs?

Q.25.- (2006-B) Una determinada partícula elemental en repòs es desintegra espontàniament amb un període de semidesintegració $T_{1/2} = 3,5 \times 10^{-6}$ s . Determineu $T_{1/2}$ quan la partícula té la velocitat $v = 0,95c$, sent c la velocitat de la llum.