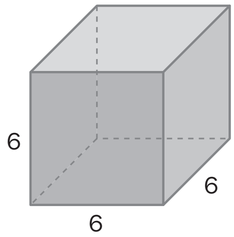
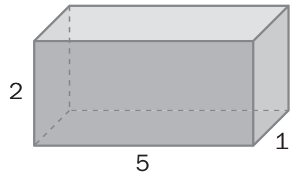
EXERCICIS PROPOSATS

14.1 Calcula l'àrea dels ortoedres les longituds dels quals es donen en centímetres.

a)



b)



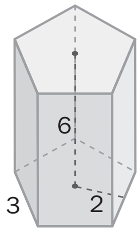
a) El cos és un cub:

$A = 6a^2 = 6 \cdot 6^2 = 6 \cdot 36 = 216 \text{ cm}^2$.

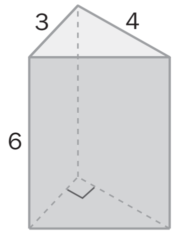
b) $A = 2ab + 2ac + 2bc = 2 \cdot (5 \cdot 2) + 2 \cdot (5 \cdot 1) + 2 \cdot (1 \cdot 2) = 20 + 10 + 4 = 34 \text{ cm}^2$

14.2 Calcula l'àrea total dels prismes següents les longituds dels quals es donen en centímetres.

a)



b)



a) Perímetre de la base: $p = 3 \cdot 5 = 15$ cm

El prisma és regular, per tant podem aplicar la fórmula: $A_{TOTAL} = p(a + h) = 15 \cdot (2 + 6) = 15 \cdot 8 = 120 \text{ cm}^2$

b) Hipotenusa del triangle de la base: $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ cm

Perímetre de la base: $p = 3 + 4 + 5 = 12$ cm

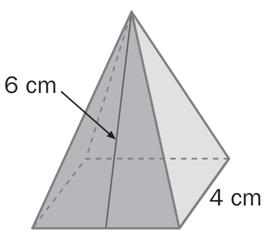
$A_{LATERAL} = p \cdot h = 12 \cdot 6 = 72 \text{ cm}^2$

$A_{BASES} = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4\right) = 12 \text{ cm}^2$

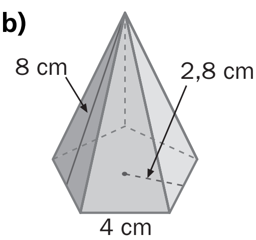
$A_{TOTAL} = 72 \text{ cm}^2 + 12 \text{ cm}^2 = 84 \text{ cm}^2$

14.3 Calcula l'àrea total de les piràmides següents.

a)



b)



a) Calculem l'àrea lateral i de la base:

$A_{LATERAL} = \frac{1}{2} \cdot p \cdot A = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 6 = 48 \text{ cm}^2$

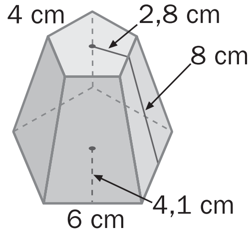
$A_{BASE} = l^2 = 4 \cdot 4 = 16 \text{ cm}^2$

$A_{TOTAL} = 48 \text{ cm}^2 + 16 \text{ cm}^2 = 64 \text{ cm}^2$

b) Com la piràmide és regular, apliquem la fórmula:

$A_{TOTAL} = \frac{1}{2}p(a + A) = \frac{1}{2} \cdot (4 \cdot 5) \cdot (2,8 + 8) = 10 \cdot 10,8 = 108 \text{ cm}^2$

14.4 Calcula l'àrea d'aquest tronc de piràmide.



El tronc de piràmide és regular, per tant podem aplicar la fórmula de l'àrea lateral:

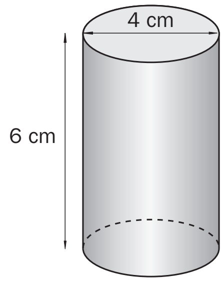
$A_{\text{LATERAL}} = \frac{1}{2} \cdot (p_1 + p_2) \cdot A = \frac{1}{2} \cdot (30 + 20) \cdot 8 = \frac{1}{2} \cdot 54 \cdot 8 = 216 \text{ cm}^2$

$A_{\text{BASE GRAN}} = \frac{1}{2} p\,a = \frac{1}{2} \cdot (6 \cdot 5) \cdot 4{,}1 = 61{,}50 \text{ cm}^2$

$A_{\text{BASE XICOTETA}} = \frac{1}{2} p\,a = \frac{1}{2} \cdot (4 \cdot 5) \cdot 2{,}8 = 28 \text{ cm}^2$

$A_{\text{TOTAL}} = 178 + 61{,}50 + 28 = 267{,}50 \text{ cm}^2$

14.5 Dibuixa un cilindre de 4 centímetres de diàmetre i 6 centímetres d'altura. Calcula'n l'àrea total del cilindre.



$A_{\text{TOTAL}} = 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2 \cdot 6 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2^2 = 75{,}36 + 25{,}12 = 100{,}48 \text{ cm}^2$

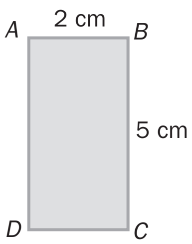
14.6 El diàmetre d'un cilindre té 5 centímetres i la seua altura, el triple del radi. Calcula'n la superfície lateral.

Radi: 2,5 cm

Altura: $3 \cdot 2{,}5 = 7{,}5$ cm

$A_{\text{LATERAL}} = 2\pi r \cdot h = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5 \cdot 7{,}5 = 117{,}75 \text{ cm}^2$

14.7 En girar aquest rectangle al voltant del costat *AB* genera un cilindre, i en girar al voltant del costat *AD* genera un altre cilindre. Tenen la mateixa àrea? Comprova-ho calculant les dues àrees.



Cilindre generat al voltant del costat *AB*

Radi: $AD = 5$ cm

Altura: $AB = 2$ cm

$A_{\text{TOTAL}} = 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 \cdot 2 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5^2 = 62{,}8 + 157 = 219{,}8 \text{ cm}^2$

Cilindre generat al voltant del costat *AD*

Radi: $AB = 2$ cm

Altura: $AD = 5$ cm

$A_{\text{TOTAL}} = 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2 \cdot 5 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2^2 = 62{,}8 + 25{,}12 = 87{,}92 \text{ cm}^2$

Els dos cilindres tenen diferent àrea. L'àrea del primer és més gran que la del segon.

14.8 El radi d'un con té 2,5 cm i la generatriu, 7. Calcula l'àrea total del con.

$A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot r \cdot g + \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 2{,}5 \cdot 7 + 3{,}14 \cdot 7^2 = 54{,}95 + 153{,}86 = 208{,}81 \text{ cm}^2$

14.9 El diàmetre d'un con té 12 centímetres i l'altura, 8. Calcula l'àrea total del con.

Radi: 6 cm

Generatriu: $\sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ cm

$A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot r \cdot g + \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 6 \cdot 10 + 3{,}14 \cdot 6^2 = 188{,}4 + 113{,}04 = 301{,}44 \text{ cm}^2$

14.10 Els radis de les bases d'un tronc de con tenen 5 i 2 centímetres, respectivament, i l'altura, 4 centímetres. Calcula l'àrea total del tronc de con.

Generatriu: $\sqrt{4^2 + (5 - 2)^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$ cm

$A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot (r_1 + r_2) \cdot g + \pi r_1^2 + r_2^2 = 3{,}14 \cdot (5 + 2) \cdot 5 + 3{,}14 \cdot 5^2 + 3{,}14 \cdot 2^2 = 200{,}96 \text{ cm}^2$

14.11 Calcula l'àrea de les esferes amb el radi que s'indica.

a) 2 cm **b) 4,75 dm** **c) 0,5 m**

a) Radi: 2 cm.

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 2^2 = 50{,}24 \text{ cm}^2$

b) Radi: 4,75 dm

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 4{,}75^2 = 283{,}385 \text{ dm}^2$

c) Radi: 0,5 m

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5^2 = 3{,}14 \text{ m}^2$

14.12 El diàmetre d'una plàtera semiesfèrica fa 22 centímetres. Calcula'n la superfície.

Radi: $22 : 2 = 11$ cm

Superficie: $A = \frac{1}{2} \cdot (4 \cdot \pi \cdot r^2) = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 11^2 = 759{,}88 \text{ cm}^2$

La superfície de la plàtera semiesfèrica mesura 759,88 cm^2.

14.13 El diàmetre del planeta Mart té 6 795 quilòmetres. Quant mesura la superfície de Mart?

Radi del planeta Mart: $6\,795 : 2 = 3\,397{,}5$ km

Superficie: $A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 3\,397{,}5^2 = 11\,543\,006 \text{ km}^2$

14.14 Calcula el diàmetre de les esferes amb la superfície que s'indica.

a) 50 cm^2 **b) 100 m^2** **c) 1 dm^2**

a) $A = 50 \text{ cm}^2$

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{4 \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{50}{4 \cdot 3{,}14}} = \sqrt{3{,}98} = 1{,}99 \text{ cm} \Rightarrow d = 3{,}98 \text{ cm}$

b) 100 m^2

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{4 \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{100}{4 \cdot 3{,}14}} = \sqrt{7{,}96} = 2{,}82 \text{ m} \Rightarrow d = 5{,}64 \text{ m}$

c) 1 dm^2

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 \Rightarrow r = \sqrt{\frac{A}{4 \cdot \pi}} = \sqrt{\frac{1}{4 \cdot 3{,}14}} = \sqrt{0{,}0796} = 0{,}2821 \text{ dm} \Rightarrow d = 0{,}56 \text{ dm}$

14.15 Expressa aquestes quantitats en metres cúbics.

a) 250 000 cm^3 **b) 500 cm^3** **c) 50 hm^3** **d) 0,5 km^3**

a) $250\,000 \text{ cm}^3 = 250 \text{ dm}^3 = 0{,}250 \text{ m}^3$

b) $500 \text{ cm}^3 = 0{,}5 \text{ dm}^3 = 0{,}0005 \text{ m}^3$

c) $50 \text{ hm}^3 = 50\,000 \text{ dam}^3 = 50\,000\,000 \text{ m}^3$

d) $0{,}5 \text{ km}^3 = 500 \text{ hm}^3 = 500\,000 \text{ dam}^3 = 500\,000\,000 \text{ m}^3$

14.16 Expressa en centímetres cúbics.

a) 3,5 m^3 **b) 8 dm^3** **c) 1,75 dm^3** **d) 0,050 m^3**

a) $3{,}5 \text{ m}^3 = 3500 \text{ dm}^3 = 3\,500\,000 \text{ cm}^3$

b) $8 \text{ dm}^3 = 8\,000 \text{ cm}^3$

c) $1{,}75 \text{ dm}^3 = 1750 \text{ cm}^3$

d) $0{,}050 \text{ m}^3 = 50 \text{ dm}^3 = 50\,000 \text{ cm}^3$

14.17 Expressa en litres les quantitats següents.

a) 1200 cm^3 **b) 0,25 m^3** **c) 275 dm^3** **d) 0,5 cm^3**

a) $1200 \text{ cm}^3 = 1{,}200 \text{ dm}^3 = 1{,}200$ L

b) $0{,}25 \text{ m}^3 = 250 \text{ dm}^3 = 250$ L

c) $275 \text{ dm}^3 = 275$ L

d) $0{,}5 \text{ cm}^3 = 0{,}000\,5 \text{ dm}^3 = 0{,}000\,5$ L

14.18 Expressa en centímetres cúbics aquestes quantitats.

a) 250 cl **b) 2,5 L** **c) 6500 ml**

a) 250 cl = 2 500 ml = 2 500 cm^3

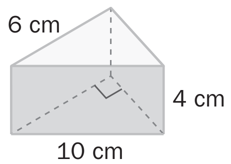
b) 2,5 L = 2 500 ml = 2 500 cm^3

c) 6 500 ml = 6 500 cm^3

14.19 Calcula el volum d'un prisma hexagonal regular si el costat de la seua base és de 8 centímetres, l'apotema de 7 centímetres i l'altura del prisma de 20 centímetres.

$$V = A_{BASE} \cdot h = \frac{p \cdot a}{2} \cdot h = \frac{(8 \cdot 6) \cdot 7}{2} \cdot 20 = 3360 \text{ cm}^3$$

14.20 Calcula el volum del prisma de la figura.



$V = A_{BASE} \cdot altura$

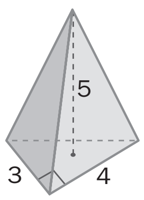
Amb Pitàgores obtenim l'altura del triangle de la base:

$6^2 = 5^2 + a^2 \rightarrow 36 = 25 + a^2 \rightarrow a = \sqrt{11} = 3{,}32$

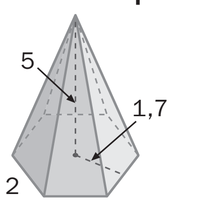
$V = \dfrac{10 \cdot 3{,}32}{2} \cdot 4 = 66{,}4 \text{ cm}^3$

14.21 Calcula el volum d'aquestes piràmides, les dimensions de les quals estan determinades en centímetres.

a)



b)



a) La base és un triangle rectangle:

$A_{BASE} = \dfrac{4 \cdot 3}{2} = 6 \text{ cm}$

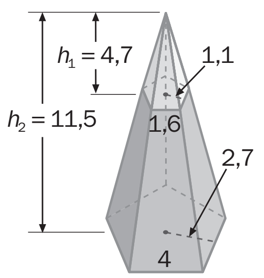
$V = \dfrac{1}{3} \cdot A_{BASE} \cdot h = \dfrac{1}{3} \cdot 6 \cdot 5 = 10 \text{ cm}^3$

b) La piràmide és regular, per tant podem calcular l'àrea de la base aplicant-ne la fórmula:

$A_{BASE} = \dfrac{p \cdot a}{2} = \dfrac{(2 \cdot 6) \cdot 1{,}7}{2} = 10{,}2 \text{ cm}^2$

$V = \dfrac{1}{3} \cdot A_{BASE} \cdot h = \dfrac{1}{3} \cdot 10{,}2 \cdot 5 = 17 \text{ cm}^3$

14.22 Calcula el volum del tronc de piràmide, les mesures del qual estan determinades en centímetres.



Volum de la piràmide total:

$V = \dfrac{1}{3} \cdot A_{BASE} \cdot h = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{p \cdot a}{2} \cdot h = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{(4 \cdot 5) \cdot 2{,}7}{2} \cdot 11{,}5 = 103{,}5 \text{ cm}^3$

Volum de la piràmide deficient:

$V = \dfrac{1}{3} \cdot A_{BASE} \cdot h = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{p \cdot a}{2} \cdot h = \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{(1{,}6 \cdot 5) \cdot 1{,}1}{2} \cdot 4{,}7 = 6{,}89 \text{ cm}^3$

Volum del tronc de piràmide:

$V = 103{,}5 - 6{,}89 = 96{,}61 \text{ cm}^3$

14.23 Calcula el volum d'aquests cilindres.
a) $r = 5$ cm; $h = 12$ cm **b) $d = 8$ dm; $h = 1$ m**

a) $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 5^2 \cdot 12 = 3{,}14 \cdot 25 \cdot 12 = 942 \text{ cm}^3$

b) Radi: $r = 8 : 2 = 4$ dm
Altura: $h = 1 \text{ m} = 10$ dm
$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 4^2 \cdot 10 = 3{,}14 \cdot 16 \cdot 10 = 502{,}4 \text{ dm}^3$

14.24 Calcula el volum d'aquests cons.
a) $d = 1$ dm; $h = 2r$ **b) $d = 12$ cm; $g = 10$ cm**

a) Radi: $r = 1 : 2 = 0{,}5$ dm
Altura: $h = 2r = 2 \cdot 0{,}5 = 1$ dm
$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5^2 \cdot 1 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}25 \cdot 1 = 0{,}26 \text{ dm}^3$

b) Radi: $r = 12 : 2 = 6$ cm
Altura: $h = \sqrt{g^2 - r^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$ cm
$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 6^2 \cdot 8 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 36 \cdot 8 = 301{,}44 \text{ cm}^3$

14.25 Calcula el volum en metres cúbics d'una esfera el diàmetre de la qual té 100 centímetres.

Radi: $100 \text{ cm} : 2 = 50 \text{ cm} = 0{,}5$ m

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}5^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}125 = 0{,}523 \text{ m}^3$

14.26 La circumferència d'un baló reglamentari de bàsquet fa 75 centímetres. Calcula el volum del baló.

Longitud de la circumferència (màxima): $l = 2\pi \cdot r = 65 \Rightarrow r = \frac{65}{2\pi} = \frac{65}{6{,}28} = 10{,}35$ cm

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 10{,}35^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 1108{,}72 = 4641{,}84 \text{ cm}^3$

14.27 En un recipient amb forma de prisma que té com a base un quadrat de 8 centímetres de costat i altura de 12 centímetres s'introdueix una bola de ferro de 8 centímetres de diàmetre. Calcula el volum d'aigua necessari per a omplir el recipient.

$V_{\text{PRISMA}} = A_{\text{BASE}} \cdot h = (8 \cdot 8) \cdot 12 = 768 \text{ cm}^3$
$V_{\text{BOLA DE FERRO}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 4^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 64 = 267{,}95 \text{ cm}^3$

Quantitat d'aigua necessària per a omplir el recipient:
$768 \text{ cm}^3 - 267{,}95 \text{ cm}^3 = 500{,}05 \text{ cm}^3 = 0{,}500\,05 \text{ dm}^3 = 0{,}500\,05$ L

Es necessiten aproximadament 0,5 L, o siga, mig litre d'aigua.

14.28 Si sabem que la massa d'1 centímetre cúbic de ferro és de 7,8 grams, quantes boles de ferro de 2 centímetres de diàmetre necessitem aplegar per a completar una massa d'1 quilogram?

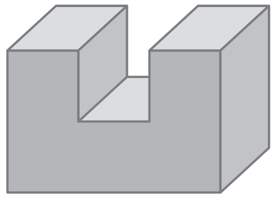
Volum d'una bola:
Radi: $2 : 2 = 1$
$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 1^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 1 = 4{,}187 \text{ cm}^3$

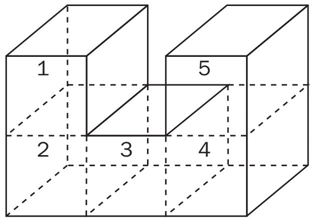
Massa d'una bola de ferro:
$4{,}187 \cdot 7{,}8 = 32{,}659$ grams

Nombre de boles:
$1000 : 32{,}659 = 30{,}62$

Cal reunir aproximadament 30 boles.

14.29 El volum del cos de la figura és de 135 centímetres cúbics. Calcula la seua àrea total.



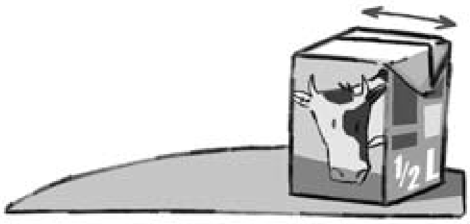


Hi ha 5 cubs iguals d'aresta a; per tant, el volum de cada cub és: $135 : 5 = 27\ \text{cm}^3$.

Com el volum d'un cub és $V = a^3$; $27 = a^3$; $a = \sqrt[3]{27} = 3$ cm.

Àrea de la figura: $A = (9 \cdot 3 + 3 \cdot 3) \cdot 2 + (3 \cdot 3 \cdot 2) \cdot 2 + 9 \cdot 3 + 3 \cdot 3 \cdot 3 = 72 + 36 + 27 + 27 = 162\ \text{cm}^2$

14.30 Volem fer un bric de base quadrada de 5 centímetres de costat i amb capacitat de mig litre. Quant de cartó necessitem?



0,5 litres = $500\ \text{cm}^3$

$V = A_{\text{BASE}} \cdot h \rightarrow 500 = 6 \cdot 6 \cdot h \rightarrow 500 = 36 \cdot h \rightarrow h = \dfrac{500}{36} = 13{,}89$ cm

L'altura del bric és aproximadament de 14 cm.

L'àrea total que necessitem és: $6 \cdot 4 \cdot 14 + 2 \cdot 6 \cdot 6 = 336 + 72 = 408\ \text{cm}^2$.

CÀLCUL MENTAL

14.31 Calcula l'àrea dels cubs les arestes dels quals mesuren el següent.

a) 1 cm **b) 2 cm** **c) 10 cm** **d) $\frac{1}{2}$ m**

a) $A = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 1^2 = 6\ \text{cm}^2$

b) $A = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 2^2 = 6 \cdot 4 = 24\ \text{cm}^2$

c) $A = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 10^2 = 6 \cdot 100 = 600\ \text{cm}^2$

d) $A = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 0{,}5^2 = 6 \cdot 0{,}25 = 1{,}5\ \text{m}^2$

14.32 Expressa les quantitats següents en centímetres cúbics.

a) 7 dm^3
b) 0,3 dm^3
c) 0,001 dm^3
d) 1,5 m^3
e) 0,001 m^3
f) 2000 mm^3
g) 10 dm^3
h) 1 dam^3
i) 0,001 dm^3
j) 0,001 dam^3

a) 7 dm^3 = 7000 cm^3
b) 0,3 dm^3 = 300 cm^3
c) 0,001 dm^3 = 1 cm^3
d) 1,5 m^3 = 1 500 000 cm^3
e) 0,001 m^3 = 1000 cm^3
f) 2000 mm^3 = 2 cm^3
g) 10 dm^3 = 10 000 cm^3
h) 1 dam^3 = 1 000 000 000 cm^3
i) 0,001 dm^3 = 1 cm^3
j) 0,001 dam^3 = 1 000 000 dm^3

14.33 Calcula l'àrea lateral dels prismes regulars hexagonals si sabem el costat de la base i l'altura del prisma.

a) l = 5 cm h = 3 cm
b) l = 1 cm h = 1 cm
c) l =2 cm h = 10 cm
d) l = 1,5 cm h = 9 cm

Apliquem la fórmula: $A_{\text{LATERAL}} = p \cdot h$:

a) 90 cm^2 b) 6 cm^2 c) 120 cm^2 d) 81 cm^2

14.34 Expressa els volums següents en litres.

a) 2 dm³	**c) 0,5 dm³**	**e) 2 000 000 mm³**	**g) 0,005 m³**
b) 600 dm³	**d) 10 dam³**	**f) 1 500 cm³**	**h) 0,000 005 hm³**

a) $2\ dm^3 = 2$ L
b) $600\ dm^3 = 600$ L
c) $0{,}5\ dm^3 = 0{,}5$ L
d) $10\ dam^3 = 10\,000\,000\ dm^3 = 10\,000\,000$ L
e) $2\,000\,000\ mm^3 = 2$ L
f) $1\,500\ cm^3 = 1{,}5$ L
g) $0{,}005\ m^3 = 5$ L
h) $0{,}000\,005\ hm^3 = 5\,000$ L

14.35 Calcula la capacitat en litres dels cubs les arestes dels quals tenen les mesures següents.

a) 1 dm	**c) 0,5 dm**	**e) 3 dam**	**g) 0,1 m**
b) 10 cm	**d) 2 dm**	**f) 2 m**	**h) 0,001 dam**

a) 1 dm $\rightarrow$ $1\ dm^3 = 1$ L
b) 10 cm $\rightarrow$ $1000\ cm^3 = 1\ dm^3 = 1$ L
c) 0,5 dm $\rightarrow$ $0{,}125\ dm^3 = 0{,}125$ L
d) 2 dm $\rightarrow$ $8\ dm^3 = 8$ L
e) 3 dam $\rightarrow$ $27\ dam^3 = 27\ 000\ 000$ L
f) 2 m $\rightarrow$ $8\ m^3 = 8000\ dm^3 = 8000$ L
g) 0,1 m $\rightarrow$ $0{,}001\ m^3 = 1\ dm^3 = 1$ L
h) 0,001 dam = 0,1dm $\rightarrow$ $0{,}001\ dm^3 = 0{,}001$ L

14.36 L'àrea de la base d'un depòsit cilíndric és aproximadament de 0,8 metres quadrats. Calcula la seua capacitat en litres arredonint l'altura a les unitats.

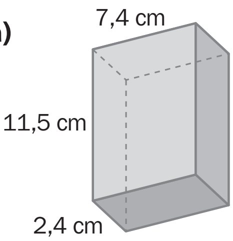
a) 10,2 dm	**b) 8,8 dm**	**c) 10,7 dm**	**d) 9,9 dm**

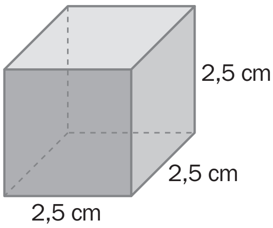
Tenemos en cuenta la fórmula $V = A_{\text{BASE}} \cdot h$, y la relación $0{,}8\ m^2 = 800\ dm^2$.
a) $80 \cdot 10 = 800\ dm^3 = 800$ L
b) $80 \cdot 9 = 720\ dm^3 = 720$ L
c) $80 \cdot 11 = 880\ dm^3 = 880$ L
d) $80 \cdot 10 = 800\ dm^3 = 800$ L

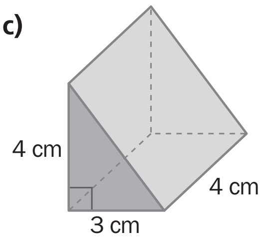
EXERCICIS PER A PRACTICAR

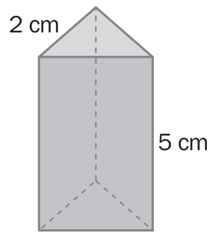
Àrea dels prismes

14.37 Calcula l'àrea total dels prismes representats en les figures.

a)


b)


c)


d)


a) El prisma és un ortoedre.
$A = 2ab + 2bc + 2ac = 2 \cdot 2{,}4 \cdot 7{,}4 + 2 \cdot 11{,}5 \cdot 7{,}4 + 2 \cdot 2{,}4 \cdot 11{,}5 = 260{,}92\ cm^2$
b) El prisma és un cub.
$A = 6 \cdot a^2 = 6 \cdot 2{,}5^2 = 6 \cdot 6{,}25 = 37{,}5\ cm^2$
c) Hipotenusa del triangle rectangle:
$c = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$ cm
$A_{\text{LATERAL}} = p \cdot h = (3 + 4 + 5) \cdot 4 = 12 \cdot 4 = 48\ cm^2$
$A_{\text{BASES}} = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4\right) = 12\ cm^2$
$A_{\text{TOTAL}} = 48 + 12 = 60\ cm^2$
d) Altura del triangle de la base:
$a = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3} = 1{,}73$ cm
$A_{\text{TOTAL}} = p \cdot h + 2 \cdot A_{\text{BASE}} = 2 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 1{,}73 = 30 + 3{,}46 = 33{,}46\ cm^2$

14.38 Calcula l'àrea total dels prismes regulars amb les dimensions següents.
a) Base: quadrat de 6 centímetres de costat. Altura: 1,5 decímetres.
b) Base: octògon de 6 centímetres de costat i 9,24 centímetres d'apotema. Altura: 1,8 decímetres.

a) $A_{\text{TOTAL}} = A_{\text{LATERAL}} + 2 \cdot A_{\text{BASE}} = p \cdot h + 2 \cdot l^2 = (6 \cdot 4) \cdot 15 + 2 \cdot 6^2 = 360 + 72 = 432\ cm^2$
b) $A_{\text{TOTAL}} = p \cdot (h + a) = (6 \cdot 8) \cdot (18 + 7{,}25) = 48 \cdot 25{,}25 = 1212\ cm^2$

Àrea de piràmides i de tronc de piràmides

14.39 Calcula l'àrea total de les piràmides representades en aquestes figures.

a) $A_{\text{TOTAL}} = A_{\text{LATERAL}} + A_{\text{BASE}} = \frac{1}{2} \cdot p \cdot A + l^2 = \frac{1}{2} \cdot (5 \cdot 4) \cdot 8 + 5^2 = 80 + 25 = 105 \text{ cm}^2$

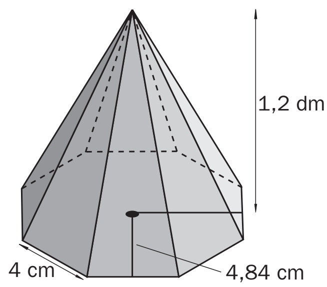
b) La figura és un tetraedre. La seua àrea es pot calcular multiplicant per 4 l'àrea d'una cara:

$$A_{\text{TOTAL}} = 4 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 12\right) = 336 \text{ cm}^2$$

14.40 Calcula l'àrea total de la piràmide regular la base de la qual és un quadrat de 5 centímetres de costat. L'apotema de la piràmide fa 1 decímetre.

$$A_{\text{TOTAL}} = A_{\text{LATERAL}} + A_{\text{BASE}} = \frac{1}{2} \cdot p \cdot A + l^2 = \frac{1}{2} \cdot (5 \cdot 4) \cdot 10 + 5^2 = 100 + 25 = 125 \text{ cm}^2$$

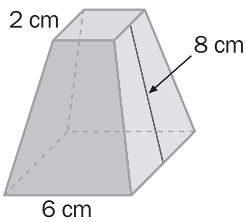
14.41 Dibuixa una piràmide regular la base de la qual és un octògon de 4 centímetres de costat i 6,2 centímetres d'apotema. L'altura de la piràmide té 1,2 decímetres. Calcula l'àrea total d'aquesta piràmide.



Apotema de la piràmide: $A = \sqrt{4{,}8^2 + 12^2} = \sqrt{23{,}04 + 144} = \sqrt{167{,}04} = 12{,}92 \text{ cm}$

$A_{\text{TOTAL}} = \frac{1}{2} \cdot p \cdot (A + a) = \frac{1}{2} \cdot (4 \cdot 8) \cdot (12{,}92 + 4{,}84) = 16 \cdot 17{,}76 = 284{,}16 \text{ cm}^2$

14.42 Calcula l'àrea total del tronc de piràmide regular representat en la figura.



$A_{\text{LATERAL}} = \frac{1}{2} \cdot (p_1 + p_2) \cdot A = \frac{1}{2} \cdot (6 \cdot 4 + 2 \cdot 4) \cdot 8 = 128 \text{ cm}^2$

$A_{\text{BASES}} = l_1^2 + l_2^2 = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40 \text{ cm}^2$

$A_{\text{TOTAL}} = 128 + 40 = 168 \text{ cm}^2$

Àrees de cossos redons

14.43 Calcula l'àrea dels cilindres rectes amb les dimensions següents:
a) Radi: 2,5 cm. Altura: 1,2 dm.
b) Diàmetre: 4,8 cm. Altura: 0,8 dm.

a) $A_{\text{TOTAL}} = 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5 \cdot 12 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5^2 = 188{,}4 + 39{,}25 = 227{,}65 \text{ cm}^2$

b) Radi: $4{,}8 : 2 = 2{,}4$ cm
Altura: $0{,}8 \text{ dm} = 8 \text{ cm}$
$A_{\text{TOTAL}} = 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}4 \cdot 8 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}4^2 = 120{,}58 + 36{,}17 = 156{,}75 \text{ cm}^2$

14.44 Calcula l'àrea total dels cons rectes amb les dimensions següents.

a) Radi: 2,5 cm. Generatriu: 1,2 dm.

b) Diàmetre: 24 cm. Altura: 1,6 dm.

a) $A_{TOTAL} = \pi \cdot r \cdot g + \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 2{,}5 \cdot 12 + 3{,}14 \cdot 2{,}5^2 = 94{,}2 + 19{,}63 = 113{,}83\ \text{cm}^2$

b) Radi: $r = 24 : 2 = 12$ cm

Altura: $h = 1{,}6$ dm $= 16$ cm

Generatriu: $g = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20$ cm

$A_{TOTAL} = \pi \cdot r \cdot g + \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 12 \cdot 20 + 3{,}14 \cdot 12^2 = 753{,}6 + 452{,}16 = 1205{,}76\ \text{cm}^2$

14.45 Les dades següents corresponen a radis de superfícies esfèriques. Calcula la seua àrea i expressa-la en centímetres quadrats.

a) 1 dm **b) 0,02 m** **c) 150 mm** **d) 0,0001 dam**

a) Radi: $r = 1$ dm $= 10$ cm

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^2 = 1256\ \text{cm}^2$

b) Radi: $r = 0{,}02$ m $= 0{,}2$ dm $= 2$ cm

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 2^2 = 50{,}24\ \text{cm}^2$

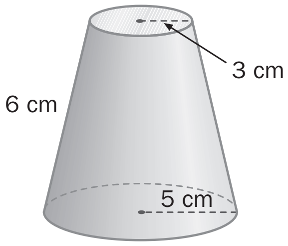
c) Radi: $r = 150$ mm $= 15$ cm

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 15^2 = 2826\ \text{cm}^2$

d) Radi: $r = 0{,}0001$ dam $= 0{,}1$ cm

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}1^2 = 0{,}1256\ \text{cm}^2$

14.46 Calcula l'àrea total del tronc de con representat en la figura.



$A_{TOTAL} = \pi \cdot (r_1 + r_2) \cdot g + \pi r_1^2 + \pi r_2^2$

$A_{TOTAL} = 3{,}14 \cdot (5 + 3) \cdot 6 + 3{,}14 \cdot 5^2 + 3{,}14 \cdot 3^2 = 150{,}72 + 78{,}5 + 28{,}26 = 257{,}48\ \text{cm}^2$

Volum i capacitat

14.47 Expressa en centímetres cúbics les quantitats següents.

a) 5 dm³ **b) 0,1 dm³** **c) 1500 mm³** **d) 0,000 05 dam³**

a) $5\ \text{dm}^3 = 5000\ \text{cm}^3$

b) $0{,}1\ \text{dm}^3 = 100\ \text{cm}^3$

c) $1500\ \text{mm}^3 = 1{,}5\ \text{cm}^3$

d) $0{,}000\,05\ \text{dam}^3 = 50\ \text{dm}^3 = 50\,000\ \text{cm}^3$

14.48 Expressa els volums següents en litres.

a) 2,5 dm³ **b) 0,05 m³** **c) 759 cm³**

a) $2{,}5\ \text{dm}^3 = 2{,}5$ L

b) $0{,}05\ \text{m}^3 = 50\ \text{dm}^3 = 50$ L

c) $759\ \text{cm}^3 = 0{,}759\ \text{dm}^3 = 759$ L

14.49 Copia i completa amb els nombres i les unitats que falten.

a) $250\ \text{cm}^3 = 0{,}250\ \square$ **b) $0{,}750\ \text{dm}^3 = \square\ \text{cm}^3$** **c) $\frac{1}{2}\ \text{m}^3 = 500\ \square$**

a) $250\ \text{cm}^3 = 0{,}250\ \text{dm}^3$

b) $0{,}750\ \text{dm}^3 = 750\ \text{cm}^3$

c) $\frac{1}{2}\ \text{m}^3 = 500\ \text{dm}^3$

14.50 Copia i completa amb les unitats que falten:

a) $750\ \text{cm}^3 = 0{,}750\ \text{L} = 0{,}750\ \square$ **b) $20\ \text{dm}^3 = 20\,000\ \square = 20\ \square$** **c) $\frac{3}{4}\ \square = 750\ \text{cm}^3 = 0{,}750\ \square$**

a) $750\ \text{cm}^3 = 0{,}750\ \text{L} = 0{,}750\ \text{dm}^3$

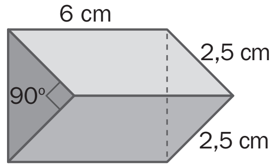
b) $20\ \text{dm}^3 = 20\,000\ \text{cm}^3 = 20$ L

c) $\frac{3}{4}\ \text{dm}^3 = 750\ \text{cm}^3 = 0{,}750$ L

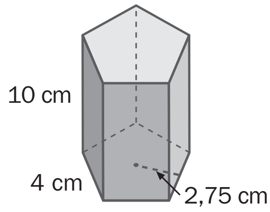
Volum de prismes i piràmides

14.51 Calcula el volum d'aquests prismes.

a)



b)

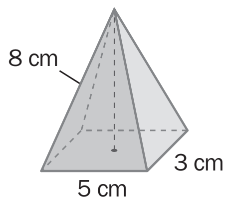


a) $V = A_{\text{BASE}} \cdot h = \left(\frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \cdot 2{,}5\right) \cdot 6 = 18{,}75 \text{ cm}^3$

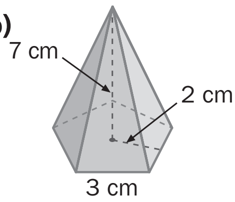
b) $V = A_{\text{BASE}} \cdot h = \frac{p \cdot a}{2} \cdot h = \frac{(4 \cdot 5) \cdot 2{,}75}{2} \cdot 10 = 275 \text{ cm}^3$

14.52 Calcula el volum de les piràmides i del tronc de piràmide.

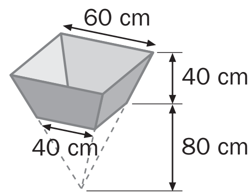
a)



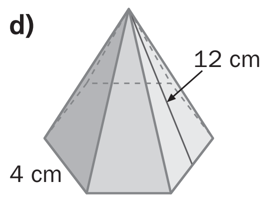
b)



c)



d)



a) $V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{BASE}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot (5 \cdot 3) \cdot 8 = 40 \text{ cm}^3$

b) $V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{BASE}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{p \cdot a}{2} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{(3 \cdot 5) \cdot 2}{2} \cdot 7 = 35 \text{ cm}^3$

c) Volum de la piràmide total:

$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{BASE}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot l^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 60^2 \cdot 120 = 144\,000 \text{ cm}^3$

Volum de la piràmide deficient:

$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{BASE}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot l^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 40^2 \cdot 80 = 42\,666{,}67 \text{ cm}^3$

Volum del tronc de con:

$V = 144\,000 - 42\,666{,}67 = 101\,333{,}33 \text{ cm}^3$

d) Com que la figura és una piràmide regular hexagonal, per a poder aplicar les fórmules cal que calculem prèviament l'apotema *a* de la base i l'altura *h* de la piràmide.

L'apotema *a* es calcula tenint en compte que en un hexàgon regular el radi de la base és igual al costat del mateix. Apliquem el teorema de Pitàgores:

$a = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12} = 3{,}46 \text{ cm}$

Calculem l'altura *h* de la piràmide aplicant una altra vegada el teorema de Pitàgores:

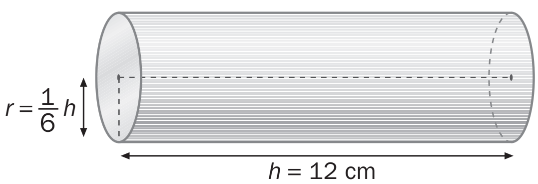
$h = \sqrt{12^2 - 3{,}46^2} = \sqrt{144 - 11{,}97} = \sqrt{1132{,}02} = 11{,}49 \text{ cm}$

Volum de la piràmide:

$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{BASE}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{p \cdot a}{2} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{(4 \cdot 6) \cdot 3{,}46}{2} \cdot 11{,}49 = 159{,}02 \text{ cm}^3$

Volum de cossos redons

14.53 Calcula el volum d'aquest cilindre.



Radi del cilindre: $r = \frac{1}{6} \cdot h = \frac{1}{6} \cdot 12 = 2 \text{ cm}$

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 2^2 \cdot 12 = 3{,}14 \cdot 4 \cdot 12 = 150{,}72 \text{ cm}^3$

14.54 Calcula el volum d'un cilindre de 12 centímetres de diàmetre i d'altura igual a la meitat del radi.

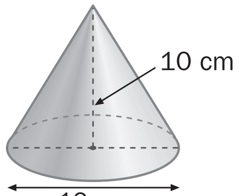
Radi: $r = 12 : 2 = 6$ cm

Altura: $h = 6 : 2 = 3$ cm

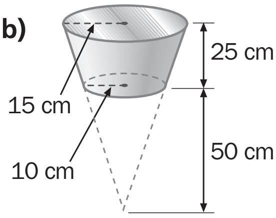
$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 6^2 \cdot 3 = 3{,}14 \cdot 36 \cdot 3 = 339{,}12 \text{ cm}^3$

14.55 Calcula el volum del con i del tronc de con.

a)



b)



a) $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 6^2 \cdot 10 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 36 \cdot 10 = 376{,}8 \text{ cm}^3$

b) El volum del tronc del con ve donat per la diferència del volum del con total i del con deficient.

Volum del con total:

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 15^2 \cdot 75 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 225 \cdot 75 = 17\,662{,}5 \text{ cm}^3$

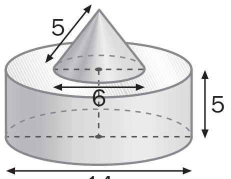
Volum del con deficient:

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 10^2 \cdot 50 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 100 \cdot 50 = 5233{,}3 \text{ cm}^3$

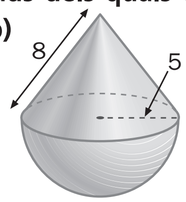
Volum del tronc de con: $17\,662{,}5 - 5233{,}3 = 12\,429{,}2 \text{ cm}^3$

14.56 Calcula el volum dels cossos següents, les longituds dels quals estan determinades en centímetres.

a)



b)



a) Volum del cos = volum del cilindre + volum del con

Volum del cilindre: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 7^2 \cdot 5 = 3{,}14 \cdot 49 \cdot 5 = 769{,}3 \text{ cm}^3$

Volum del con:

Altura: $h = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 32 \cdot 4 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 9 \cdot 4 = 37{,}68 \text{ cm}^3$

Volum del cos: $769{,}3 + 37{,}68 = 806{,}98 \text{ cm}^3$

b) Volum del cos = volum del con + volum de la semiesfera

Volum del con:

Altura: $h = \sqrt{8^2 - 5^2} = \sqrt{64 - 25} = \sqrt{39} = 6{,}24 \text{ cm}$

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 5^2 \cdot 6{,}24 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 25 \cdot 6{,}24 = 163{,}28 \text{ cm}^3$

Volum de la semiesfera:

$V = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3\right) = \frac{2}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 5^3 = \frac{2}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 125 = 261{,}67 \text{ cm}^3$

Volum del cos: $163{,}28 + 261{,}67 = 424{,}95 \text{ cm}^3$

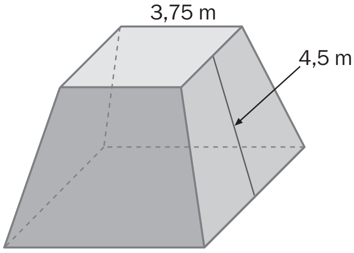
PROBLEMES PER A APLICAR

14.57 S'ha mesurat la coberta d'un llibre i s'han obtingut aquests resultats: ample, 18 centímetres; alt, 24; llom, 3,5. Calcula la superfície de cartolina de la coberta.

$$2 \cdot (18 \cdot 24) + 3{,}5 \cdot 24 = 864 + 84 = 948 \text{ cm}^2$$

La superfície de la coberta és de $948 \text{ cm}^2 = 9{,}48 \text{ dm}^2$. Aproximadament, $9{,}5 \text{ dm}^2$.

14.58 Calcula quants metres quadrats de fusta es necessiten per a construir el podi representat en la figura si no té base inferior; és a dir, recolza directament sobre terra.



$A_{\text{LATERAL}} = \frac{1}{2} \cdot (p_1 + p_2) \cdot A = \frac{1}{2} \cdot (5{,}25 \cdot 4 + 3{,}75 \cdot 4) \cdot 4{,}5 = \frac{1}{2} \cdot (21 + 15) \cdot 4{,}5 = 81 \text{ m}^2$

$A_{\text{BASE SUPERIOR}} = l_1^2 = 3{,}75^2 = 14{,}06 \text{ m}^2$

$A_{\text{TOTAL}} = 81 + 14{,}06 = 95{,}06 \text{ m}^2$

Es necessiten, aproximadament, 95 metres quadrats de fusta.

14.59 Les dimensions d'una paperera cilíndrica són: 20 centímetres de diàmetre i 31 d'altura. Calcula la superfície de material que s'ha necessitat per a fabricar-la.

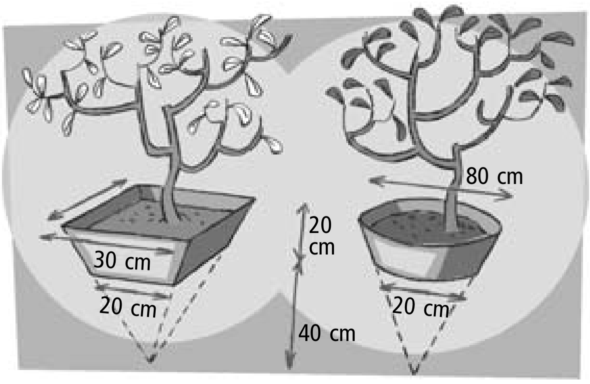
Àrea de la paperera = àrea lateral del cilindre + àrea de la base

Radi: $r = 20 : 2 = 10$ cm

$A_{\text{PAPERERA}} = 2\pi \cdot r \cdot h + \pi r^2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 10 \cdot 31 + 3{,}14 \cdot 102 = 1946{,}8 + 314 = 2260{,}8 \text{ cm}^2$

Es necessiten 2260,8 cm^2 = 22,608 dm^2. Aproximadament, 23 decímetres quadrats.

14.60 Les figures representen jardineres. En quines cal tirar més terra perquè s'ompliguen?



Jardinera amb forma de tronc de piràmide

Volum de la piràmide total: $V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{BASE}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 30^2 \cdot 60 = 18\,000 \text{ cm}^3$

Volum de la piràmide deficient: $V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{BASE}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 20^2 \cdot 40 = 5333{,}33 \text{ cm}^3$

Volum del tronc de piràmide: $18\,000 - 5\,333{,}33 = 12\,666{,}67 \text{ cm}^3$

Jardinera amb forma de tronc de con

Volum del con total: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 40^2 \cdot 60 = 100\,480 \text{ cm}^3$

Volum del con deficient: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 10^2 \cdot 40 = 4\,186{,}67 \text{ cm}^3$

Volum del tronc de con: $100\,480 - 4186{,}67 = 96\,293{,}33 \text{ cm}^3$

Com que $96\,293{,}33 \text{ cm}^3 > 12\,666{,}67 \text{ cm}^3$, caldrà tirar més terra en la jardinera amb forma de tronc de con.

14.61 L'altura d'un embut de llanda fa 26 centímetres, i el diàmetre, 30. Si el metre quadrat de llanda pesa 3,25 quilograms, quant pesarà l'embut, excloent-ne el tub d'eixida?

Radi: $r = 30 : 2 = 15$ cm
Generatriu: $g = \sqrt{15^2 + 26^2} = \sqrt{225 + 676} = \sqrt{901} = 30$ cm
$A_{\text{LATERAL}} = \pi \cdot r \cdot g = 3{,}14 \cdot 15 \cdot 30 = 1413 \text{ cm}^2 = 14{,}13 \text{ dm}^2 = 0{,}1413 \text{ m}^2$
L'embut pesa: $0{,}1413 \cdot 3{,}25 = 0{,}459$ quilograms $\cong \frac{1}{2}$ kilogramo.

14.62 Les parets d'una cuina estan recobertes de taulellets quadrats de 15 centímetres de costat. Les dimensions de la cuina són: llarg, 3,75 metres; ample, 2,25, i alt, 2,50. La porta fa 85 per 210 centímetres, i la finestra és quadrada, de 135 centímetres de costat. Quants taulellets s'han necessitat per a recobrir la cuina?

Superfície de les parets: $2 \cdot (3{,}75 \cdot 2{,}50) + 2 \cdot (2{,}25 \cdot 2{,}50) = 18{,}75 + 11{,}25 = 30 \text{ m}^2$

Dimensions de la porta: 85 cm = 0,85 m; 210 cm = 2,10 m

Superfície de la porta: $0{,}85 \cdot 2{,}10 = 1{,}785 \text{ m}^2$

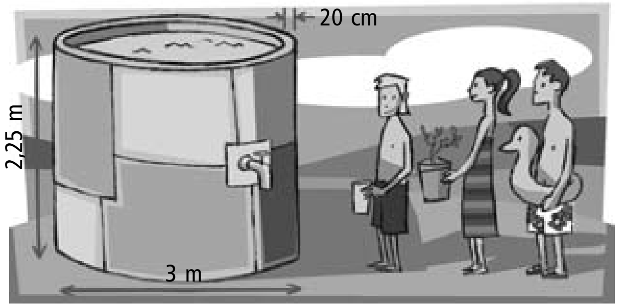
Superfície de la finestra: $1{,}35^2 = 1{,}8225 \text{ m}^2$

Superfície a recobrir: $30 - 1{,}785 - 1{,}8225 = 26{,}3925 \text{ m}^2$

Superfície de cada taulellet: $15^2 = 225 \text{ cm}^2 = 0{,}0225 \text{ m}^2$

Nombre de taulellets: $26{,}3925 : 0{,}0225 = 1173$

14.63 Les dimensions d'un depòsit cilíndric són les especificades en la figura. Calcula la capacitat del recipient en litres.



Diàmetre del cilindre interior: 3 m − 2 · 20 cm = 3 m − 40 cm = 3 m − 0,40 m = 2,6 m

Radi del cilindre interior: 2,6 : 2 = 1,3 m

Altura del cilindre interior: 2,25 m − 20 cm = 2,25 m − 0,20 m = 2,05 m

Volum del cilindre interior: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 1{,}3^2 \cdot 2{,}05 = 3{,}14 \cdot 1{,}69 \cdot 2{,}05 = 10{,}8785 \text{ m}^3$

Capacitat del depòsit: $10{,}8785 \text{ m}^3 = 10\,878{,}5 \text{ dm}^3 \cong 10\,879$ L

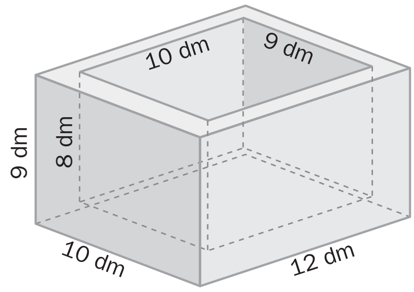
14.64 Quants cubs de $\frac{1}{2}$ metre d'aresta caben en un cub de 2 metres d'aresta?

Volum del cub de 2 metres d'aresta: $V = 2^3 = 8 \text{ m}^3$

Volum del cub de $\frac{1}{2}$ metre d'aresta: $V = 0{,}5^3 = 0{,}125 \text{ m}^3$

El nombre de cubs que caben és: 8 : 0,125 = 64.

14.65 Un decímetre cúbic del material amb què està construït el recipient representat en la figura pesa 7,8 quilograms. Calcula quant pesa el recipient.



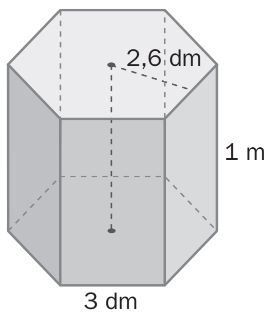
Volum de l'ortoedre exterior: $V_1 = 9 \cdot 10 \cdot 12 = 1080 \text{ dm}^3$

Volum de l'ortoedre interior: $V_2 = 8 \cdot 9 \cdot 10 = 720 \text{ dm}^3$

Volum del material: $V = V_1 - V_2 = 1080 - 720 = 360 \text{ dm}^3$

El recipient pesa: 360 · 7,8 = 2808 quilograms.

14.66 Calcula quant de temps tardarà a omplir-se el depòsit de la figura si es tiren 85 litres per minut.



Apotema de la base: 2,6 dm

Altura del prisma: 1 m = 10 dm

Volum del depòsit: $V = A_{\text{BASE}} \cdot h = \dfrac{p \cdot a}{2} \cdot h = \dfrac{(3 \cdot 6) \cdot 2{,}6}{2} \cdot 10 = 234 \text{ dm}^3 = 234$ L

Temps que tarda a omplir-se el depòsit: 234 : 85 = 2,75 minuts = 2 minuts i 45 segons.

14.67 Les dimensions d'una caixa són: 36, 24 i 30 centímetres. En aquesta caixa es volen introduir paquets amb forma d'ortoedre d'arestes de 9, 6 i 5 centímetres. Quants paquets caben en la caixa?

Al llarg caben: 36 : 9 = 4 paquets.

A l'ample caben: 24 : 6 = 4 paquets.

A l'alt caben: 30 : 5 = 6 paquets.

Caben: 4 · 4 · 6 = 96 paquets.

Nota: Per ser el llarg, l'ample i l'alt de la caixa múltiples del llarg, del ample i de l'alt de cada paquet, respectivament, cap un nombre exacte de paquets, quedant tot l'espai de la caixa ocupat. Per aquesta raó, també podem calcular el nombre de paquets que entren en la caixa dividint el volum de la mateixa pel volum de cada paquet.

Volum de la caixa: $36 \cdot 24 \cdot 30 = 25\,920 \text{ cm}^3$

Volum de cada paquet: $9 \cdot 6 \cdot 5 = 270 \text{ cm}^3$

Caben: 25 920 : 270 = 96 paquets.

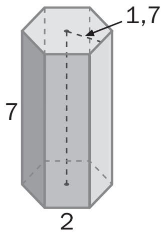
Àrees de prismes i piràmides

14.68 Calcula l'àrea lateral d'un prisma regular de 5 centímetres d'altura si la seua base és un hexàgon d'1,5 centímetres de costat.

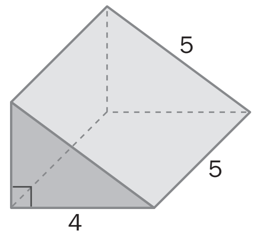
$A_{\text{LATERAL}} = p \cdot h = 1{,}5 \cdot 6 \cdot 5 = 45 \text{ cm}^2$

14.69 Calcula l'àrea total dels cossos següents. (Les longituds estan determinades en centímetres.)

a)



b)



a) $A_{\text{TOTAL}} = p \cdot (h + a) = 2 \cdot 6 \cdot (7 + 1{,}7) = 104{,}4 \text{ cm}^2$

b) $A_{\text{TOTAL}} = A_{\text{LATERAL}} + 2 \cdot A_{\text{BASE}} = 5 \cdot 5 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 5 + 3 \cdot 4 = 72 \text{ cm}^2$

Àrees de cossos redons

14.70 Calcula les àrees que s'indiquen.

a) Àrea total d'un cilindre recte de 8 centímetres d'altura; el diàmetre de la base té 5 centímetres.

b) Àrea total d'un con recte de 2 decímetres d'altura; el diàmetre de la base té 1 decímetre.

c) Àrea, en centímetres quadrats, d'una esfera el radi de la qual té 3 decímetres.

a) Radi de la base: $r = 5 : 2 = 2{,}5$ cm

$A_{\text{TOTAL}} = 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5 \cdot 8 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 2{,}5^2 = 125{,}6 + 39{,}25 = 164{,}85 \text{ cm}^2$

b) Diàmetre de la base: $d = 2$ dm $= 20$ cm

Radi de la base: $r = 20 : 2 = 10$ cm

Altura: 10 cm

Generatriu: $g = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{100 + 100} = \sqrt{200} = 14{,}14$ cm

$A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot r \cdot g + \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 5 \cdot 14{,}14 + 3{,}14 \cdot 5^2 = 222 + 78{,}5 = 298{,}5 \text{ cm}^2$

c) Radi: $r = 3$ dm $= 30$ cm

$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 30^2 = 11\,304 \text{ cm}^2$

Volum i capacitat

14.71 Expressa en centímetres cúbics les quantitats següents.

a) 2 dm³ **b) 250 mm³** **c) 0,05 m³**

a) $2 \text{ dm}^3 = 2000 \text{ cm}^3$ b) $0{,}5 \text{ dm}^3 = 500 \text{ cm}^3$ c) $0{,}05 \text{ m}^3 = 50 \text{ cm}^3$

14.72 Expressa els volums següents en litres.

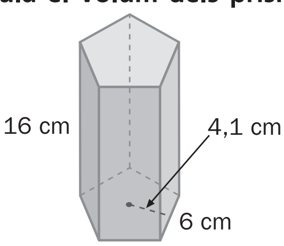
a) 2 dm³ **b) 0,01 m³** **c) 7000 cm³**

a) $2 \text{ dm}^3 = 2$ L b) $0{,}01 \text{ m}^3 = 10 \text{ dm}^3 = 10$ L c) $7000 \text{ cm}^3 = 7 \text{ dm}^3 = 7$ L

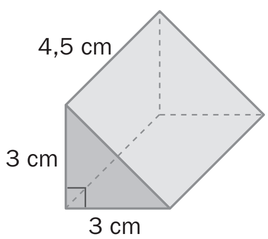
Volum de prismes i piràmides

14.73 Calcula el volum dels prismes següents.

a)



b)

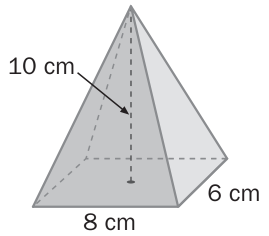


a) $V = A_{\text{BASE}} \cdot h = \dfrac{p \cdot a}{2} \cdot h = \dfrac{(6 \cdot 5) \cdot 4{,}1}{2} \cdot 16 = 984 \text{ cm}^3$

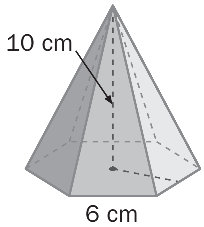
b) $V = A_{\text{BASE}} \cdot h = \dfrac{(3 \cdot 3)}{2} \cdot 4{,}5 = \dfrac{9}{2} \cdot 4{,}5 = 20{,}25 \text{ cm}^3$

14.74 Calcula el volum de les piràmides següents.

a)



b)



a) $V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{BASE}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot (8 \cdot 6) \cdot 10 = 160 \text{ cm}^3$

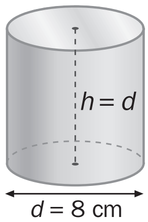
b) $A_{\text{BASE}} = \frac{p \cdot a}{2} = \frac{(6 \cdot 6) \cdot 5{,}2}{2} = 93{,}6 \text{ cm}^2$

$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{BASE}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 93{,}6 \cdot 10 = 312 \text{ cm}$

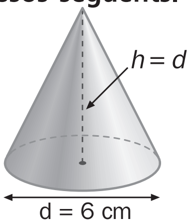
Volums de cilindres, cons i esferes

14.75 Calcula el volum dels cossos següents.

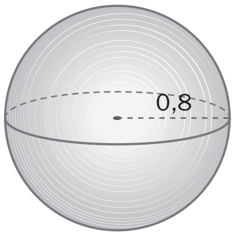
a)



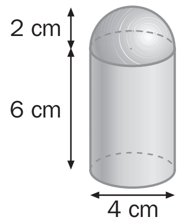
b)



c)



d)



a) Radi: $r = 8 : 2 = 4$ cm.

Altura: $h = d = 8$ cm

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 4^2 \cdot 8 = 3{,}14 \cdot 16 \cdot 8 = 401{,}92 \text{ cm}^3$

b) Radi: $r = 6 : 2 = 3$ cm

Altura: $h = d = 6$ cm

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 3^2 \cdot 6 = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 9 \cdot 6 = 56{,}52 \text{ cm}^3$

c) $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}8^3 = 2{,}14 \text{ cm}^3$

d) Volum del cos = volum del cilindre + volum de la semiesfera

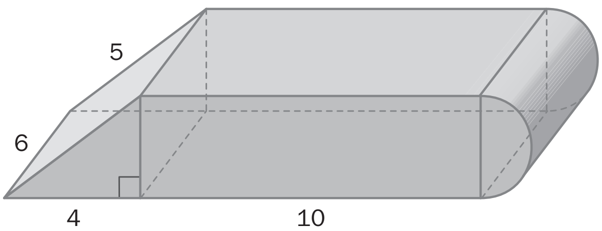
Volum del cilindre: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 2^2 \cdot 6 = 3{,}14 \cdot 4 \cdot 6 = 75{,}36 \text{ cm}^3$

Volum de la semiesfera: $V = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3\right) = \frac{2}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 2^3 = \frac{2}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 8 = 16{,}75 \text{ cm}^3$

Volum del cos: $75{,}36 + 16{,}75 = 92{,}11 \text{ cm}^3$

AMPLIACIÓ

14.76 La figura representa una peça de fusta que cal recobrir amb una capa de pintura. Quina superfície cal pintar?



Àrea del cos = àrea exterior del prisma triangular + àrea exterior de l'ortoedre + àrea del semicilindre.

Catet del triangle: $\sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$ cm

Àrea exterior del prisma: $(6 \cdot 5) + (6 \cdot 4) + 2 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot (4 \cdot 3)\right] = 30 + 24 + 12 = 66 \text{ cm}^2$

Àrea exterior de l'ortoedre: $2 \cdot (10 \cdot 3) + 2 \cdot (10 \cdot 6) = 2 \cdot 30 + 2 \cdot 60 = 60 + 120 = 180 \text{ cm}^2$

Àrea del semicilindre: radi: $r = 3 : 2 = 1{,}5$ cm. Altura: $h = 6$ cm

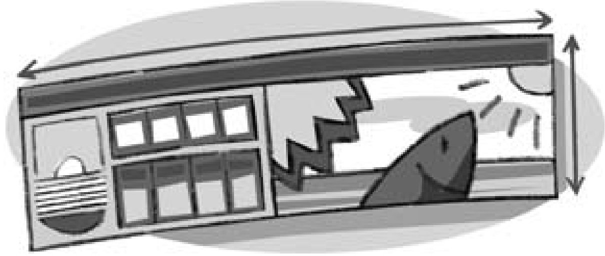
$A = \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot \pi \cdot r \cdot h + 2 \cdot r^2) = \pi \cdot r \cdot h + \pi \cdot r^2$

$A = 3{,}14 \cdot 1{,}5 \cdot 6 + 3{,}14 \cdot 1{,}5^2 = 28{,}26 + 7{,}065 = 35{,}325 \text{ cm}^2$

Àrea del cos: $66 + 180 + 35{,}325 = 281{,}325 \text{ cm}^2$

Cal pintar una superfície de $281{,}325 \text{ cm}^2$.

14.77 D'un pot de conserves de tonyina s'ha després el paper que envoltava l'envàs. S'han mesurat les dimensions del paper i s'ha obtingut aquest resultat.



Calcula el volum del pot.

Altura del cilindre: $h = 4$ cm

Radi del cilindre: $14 = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow r = \frac{14}{2 \cdot \pi} = \frac{14}{6{,}28} = 2{,}23$ cm

Volum: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 2{,}23^2 \cdot 4 = 3{,}14 \cdot 4{,}97 \cdot 4 = 62{,}46$ cm^3

Volum de la llanda: 62,46 cm^3

PER A INTERPRETAR I RESOLDRE

14.78 Caixa de disseny

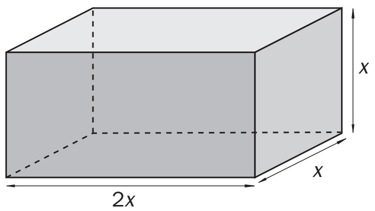
Una empresa que elabora peces de bijuteria encarrega a una altra que fa envasos la fabricació de caixes de metall amb les especificacions següents.

- **Les caixes han de tenir forma d'ortoedre la base del qual siga un rectangle en què una de les seues dimensions siga el doble de l'altra.**
- **L'alçària de les caixes ha de coincidir amb la mesura més petita de la base.**

a) Fes un esquema que represente la caixa que han encarregat.

b) Calcula la superfície total de la caixa en funció de la mesura del costat en centímetres.

a)



b) Si x és la mesura en centímetres del costat xicotet, l'àrea total serà:

$A_{\text{TOTAL}} = p \cdot h + 2 \cdot l^2 = 4 \cdot x \cdot 2x + 2 \cdot x^2 = 8x^2 + 2x^2 = 10x^2$

14.79 La tercera condició

Els dissenyadors han decidit afegir una nova condició a les anteriors.

- **El nombre, en centímetres quadrats, que expresse la superfície total de les sis cares ha de coincidir amb el nombre que represente el volum en centímetres cúbics.**

Quines són les dimensions de la caixa?

$V = x^2 \cdot 2x = 2x^3$

Per la tercera condició: $2x^3 = 10x^2 \rightarrow 2x = 10 \rightarrow x = \frac{10}{2} = 5$

La base de la caixa és un rectangle de 5 cm d'ample i 10 cm de llarg, i l'altura de la caixa és de 5 cm.

14.80 El safareig

Un safareig té forma d'ortoedre la base del qual és un rectangle de 4 metres d'ample per 2 de llarg. El depòsit s'ompli gràcies a l'aigua subministrada per tres canelles amb el cabal següent.

Canella *A*	**40 L/min**
Canella *B*	**30 L/min**
Canella *C*	**25 L/min**

Aquest matí, Cèsar ha comprovat que l'altura del nivell de l'aigua era d'1,5 metres. Quants metres cúbics contindrà el safareig 2 hores després?

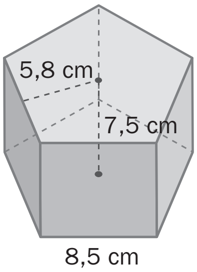
Ara el safareig té $4 \cdot 2 \cdot 1{,}5 = 12$ m^3.

Durant 2 hores = 120 minuts, la canella A afig $40 \cdot 120 = 4800$ L; la canella B, $30 \cdot 120 = 3600$ L, i la canella C, $25 \cdot 120 = 3000$ L. En total s'afigen $4800 + 3600 + 3000 = 11\,400$ L = 11,4 m^3.

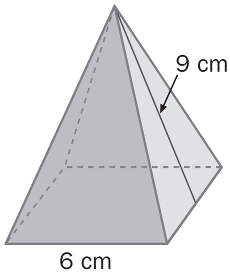
Després de 2 hores hi ha $12 + 11{,}4 = 23{,}4$ m^3.

14.A1 Calcula l'àrea total dels cossos representats en aquestes figures.

a)



b)



a) $A_{\text{TOTAL}} = p \cdot (h + a) = (8{,}5 \cdot 5) \cdot (7{,}5 + 5{,}8) = 42{,}5 \cdot 13{,}3 = 565{,}25 \text{ cm}^2$

b) $A_{\text{TOTAL}} = \frac{1}{2} \cdot p \cdot A + l^2 = \frac{1}{2} \cdot (6 \cdot 4) \cdot 9 + 6^2 = 108 + 36 = 144 \text{ cm}^2$

14.A2 Calcula l'àrea total i el volum dels cossos següents.

a) *Cilindre*. Diàmetre, 8 centímetres; altura, 12 centímetres.

b) *Con*. Diàmetre, 6 centímetres; altura, 4 centímetres.

c) *Esfera*. Diàmetre, 20 centímetres.

a) $A_{\text{TOTAL}} = 2\pi r \cdot h + 2 \cdot \pi r^2 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 4 \cdot 12 + 2 \cdot 3{,}14 \cdot 4^2 = 301{,}44 + 100{,}48 = 401{,}92 \text{ cm}^2$

$V = \pi r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 4^2 \cdot 12 = 602{,}88 \text{ cm}^3$

b) Radi: $r = 6 : 2 = 3$ cm

Generatriu: $g = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$ cm

$A_{\text{TOTAL}} = \pi \cdot r \cdot g + \pi \cdot r^2 = 3{,}14 \cdot 3 \cdot 5 + 3{,}14 \cdot 3^2 = 47{,}1 + 28{,}26 = 75{,}36 \text{ cm}^2$

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 9 \cdot 4 = 37{,}68 \text{ cm}^3$

c) Radi: $r = 20 : 2 = 10$ cm

Àrea $= 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 10^2 = 1256 \text{ cm}^2$

$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 10^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 1000 = 4186{,}67 \text{cm}^3$

14.A3 Un supermercat ha venut 500 pots de refresc de 330 centímetres cúbics. Quants litres de refresc ha venut?

$500 \cdot 330 \text{ cm}^3 = 165\,000 \text{ cm}^3 = 165 \text{ dm}^3 = 165$ L

14.A4 En un depòsit cilíndric d'1 metre de diàmetre i 1,5 metres d'alçària s'aboquen 40 litres d'aigua per minut. Quant de temps tardarà a omplir-se?

$V_{\text{DEPÒSIT}} = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 0{,}5^2 \cdot 1{,}5 = 1{,}1775 \text{ m}^3 = 1177{,}5 \text{ dm}^3 = 1177{,}5$ L

$1177{,}5 : 40 = 29{,}4375$ minuts = 29 minuts i 26 segons

14.A5 Amb l'aigua d'un recipient de 5 litres, quants gots cilíndrics de 7 centímetres de diàmetre i 8 centímetres d'altura es poden omplir?

$V_{\text{GOT}} = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot 3{,}5^2 \cdot 8 = 307{,}72 \text{ cm}^3$

$5 \text{ L} = 5 \text{ dm}^3 = 5000 \text{ cm}^3$

$5000 : 307{,}72 = 16{,}25 \rightarrow 16$ vasos

14.A6 Una llanda cilíndrica de conserves té 11 centímetres d'altura i 10 centímetres de diàmetre. El paper que envolta la llanda es desprén. Quina figura és i quines són les seues dimensions?

El paper és un rectangle de $2\pi r$ centímetres de llarg i 11 centímetres d'ample.

Llarg: $2\pi r = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 5 = 31{,}4$ cm

Ample: 11 cm

14.A7 **Quants hectolitres de líquid pot contenir una tremuja cònica de 8 metres de diàmetre i 5 metres de generatriu?**

Radi: $r = 8 : 2 = 4$ m

Altura de la tremuja: $h = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$ m

$V = \frac{1}{3}\pi \cdot r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 4^2 \cdot 3 = 50{,}24 \text{ m}^3 = 50{,}24 \text{ kL} = 502{,}4 \text{ hL}$

14.A8 **Determina la fórmula que dóna el volum dels cilindres de 15 centímetres d'altura. Si es duplica el valor del radi, què passarà amb el valor del volum? Per què?**

$V_{\text{CILINDRE}} = \pi \cdot r^2 \cdot h$

Volum dels cilindres d'altura 15 centímetres:

$V = \pi \cdot r^2 \cdot 15 = 3{,}14 \cdot 15 \cdot r^2 = 47{,}1 \cdot r^2$

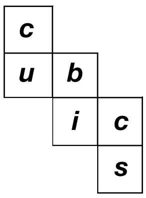
Si el radi augmenta el doble, el volum augmenta el quàdruple, perquè el radi de la fórmula està elevat al quadrat.

MURAL DE MATEMÀTIQUES

Jugant amb les matemàtiques

Construir un cub

Si la figura mostra el desenvolupament d'un cub, en construir-lo, quina lletra és l'oposada a la *s*?



La lletra oposada és la *b*.